

Προβλήματα, προβληματισμοί και λογισμικά

ΜΑΡΙΟΣ ΣΠΑΘΗΣ

ΠΡΟΤΥΠΟ ΓΕ.Λ. ΑΓΙΩΝ ΑΝΑΡΓΥΡΩΝ

Σύγχρονες απαιτήσεις



αναγνωρίζει τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

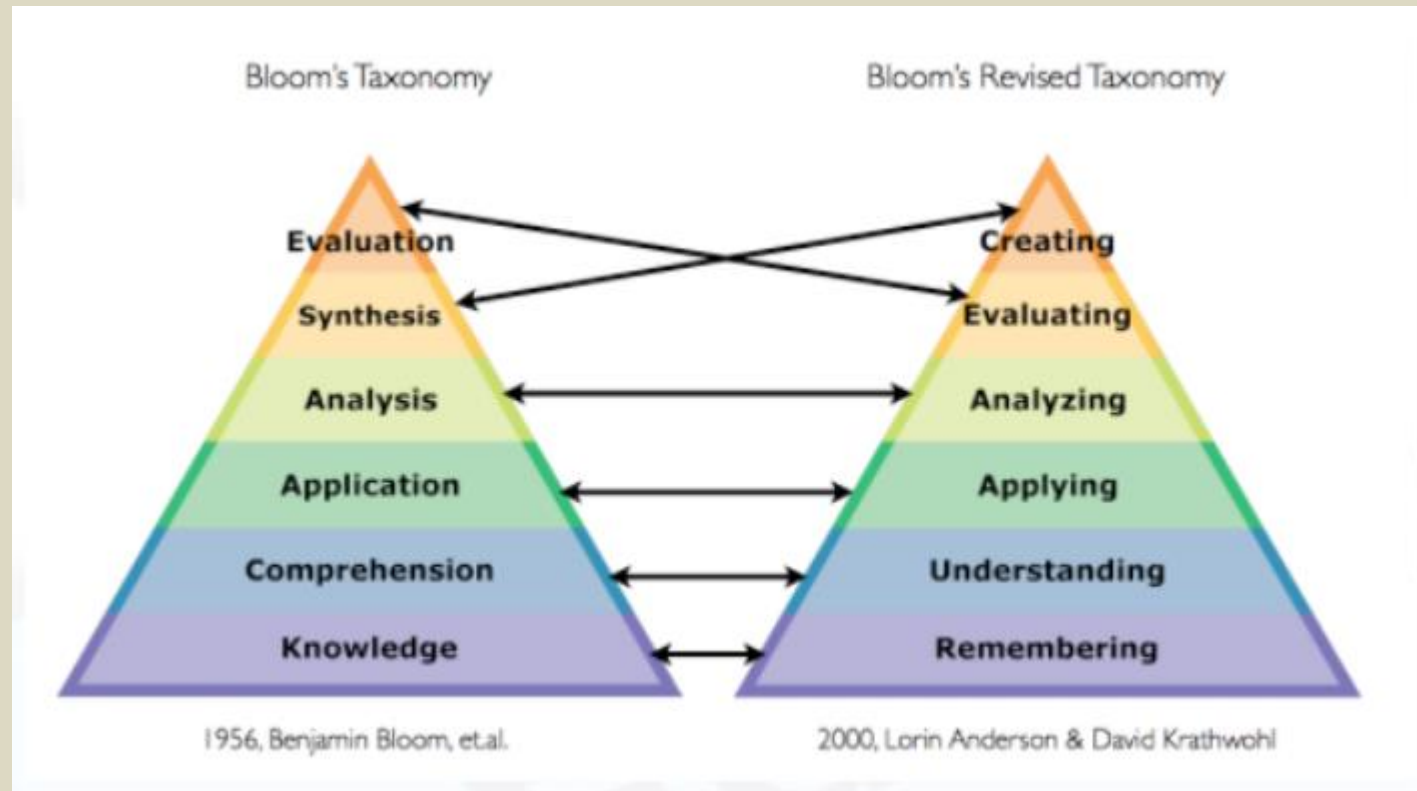
επιλέγει και να αναπτύσσει εκπαιδευτικό υλικό

σχεδιάζει τη διδασκαλία του αξιοποιώντας έργα και διδακτικά εργαλεία

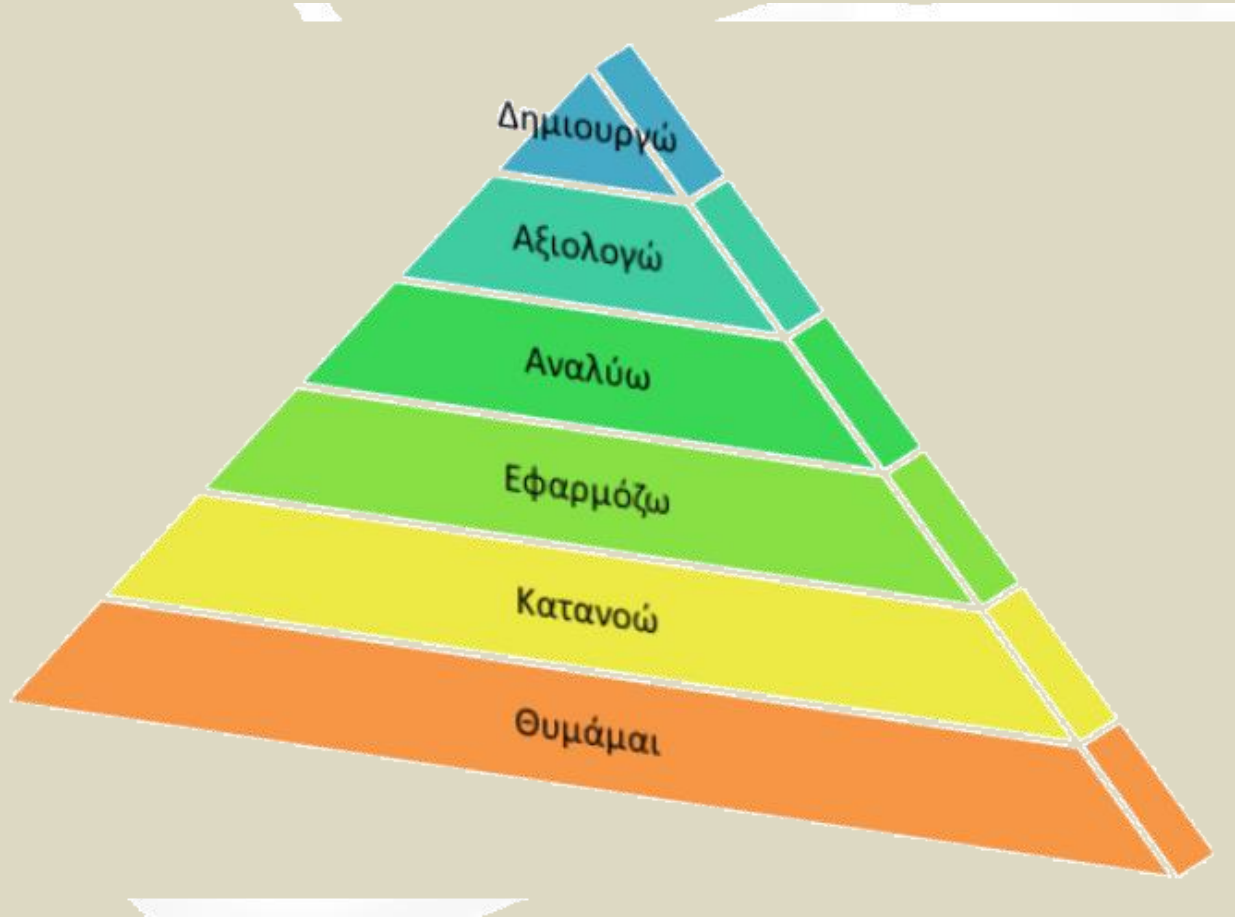
Μαθηματικές διεργασίες και Μαθηματικές πρακτικές

- δημιουργία συνδέσεων,
- συλλογισμό και την επιχειρηματολογία,
- μαθηματική επικοινωνία,
- οπτικοποίηση,
- επιλογή και χρήση εργαλείων,
- επίλυση προβλήματος,
- μοντελοποίηση και τη γνωστική ενημερότητα

Πώς θα βοηθηθεί ο μαθητής; Ταξινόμια των εκπαιδευτικών στόχων κατά Bloom - Anderson



Πώς θα βοηθηθεί ο μαθητής; Ταξινόμια των εκπαιδευτικών στόχων κατά Bloom - Anderson



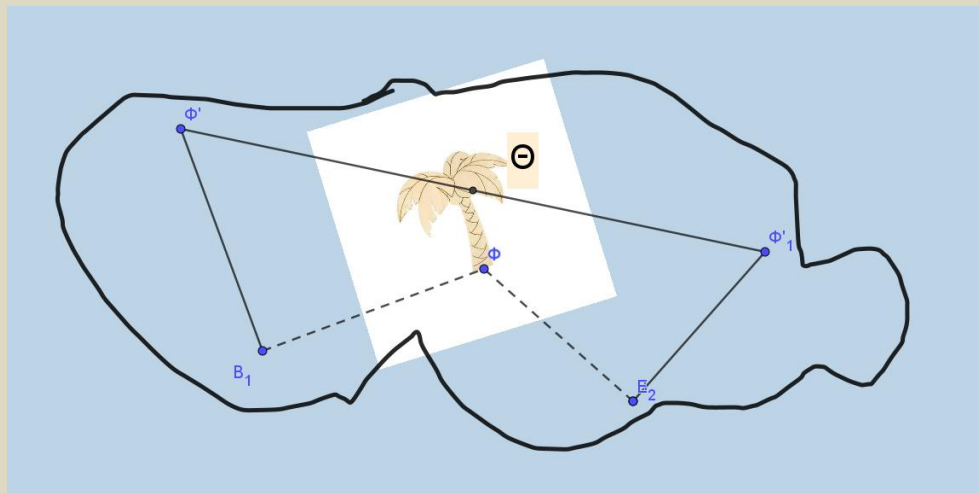
Μπορούμε να ενισχύσουμε την απόδειξη

- Με οπτικοποίηση
- Με χρήση key points
- Με πειραματισμούς
- Με scaffolding

Εργαλεία και θεωρητική προσέγγιση

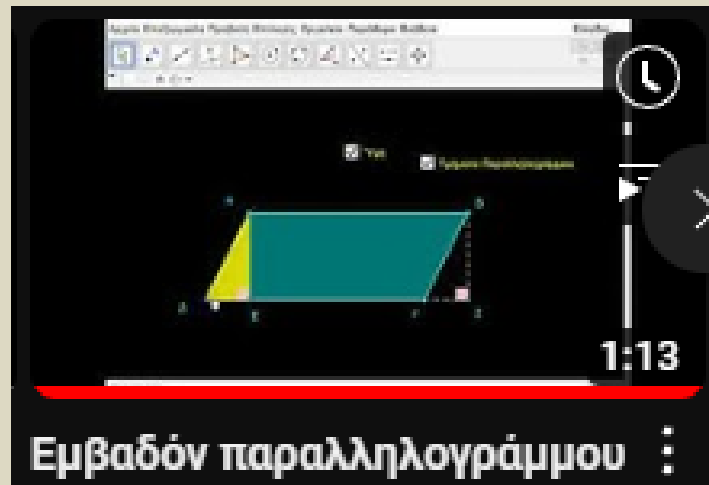
- *Οπτικοποίηση*
- *Ενεργό σύρσιμο και σχεδίαση ίχνους*
- *Καθοδηγούμενο πειραματισμό*
- *Θεωρία των τριών σημείων*

Ο χαμένος θησαυρός



Εμβαδόν παραλληλογράμμου

- Απόδειξη με σχετικό βίντεο



Οι μεσοκάθετοι τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο (1/3)

Η πρώτη λύση από το Chatgpt

ΑλΕστω O' η τομή των μεσοκαθέτων των πλευρών AB και BC . Τότε από την ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου ότι ισαπέχουν από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος, έχουμε ότι

$AO' = BO'$ και $BO' = CO'$

Άρα το O' ισαπέχει και από το σημείο C . Συνεπώς, ανήκει στην μεσοκάθετο του AC . Καταλήγουμε ότι οι μεσοκάθετοι των AB , BC και AC συντρέχουν στο O' . Αφού το O' ισαπέχει από τις κορυφές του τριγώνου, ο κύκλος (O, OA) διέρχεται από όλες τις κορυφές. \square

Β) Για να αποδείξουμε ότι οι διχοτομίες γωνιών ενός τριγώνου τέμνονται σε ένα σημείο χρησιμοποιώντας αναλυτική γεωμετρία, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη έννοια των κλίσεων και την ιδιότητα ότι ο διχοτομητής γωνίας διαιρεί την αντίθετη πλευρά στο λόγο

Οι μεσοκάθετοι τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο (2/3)

Η δεύτερη λύση από το Chatgpt

α) Γεωμετρικά:

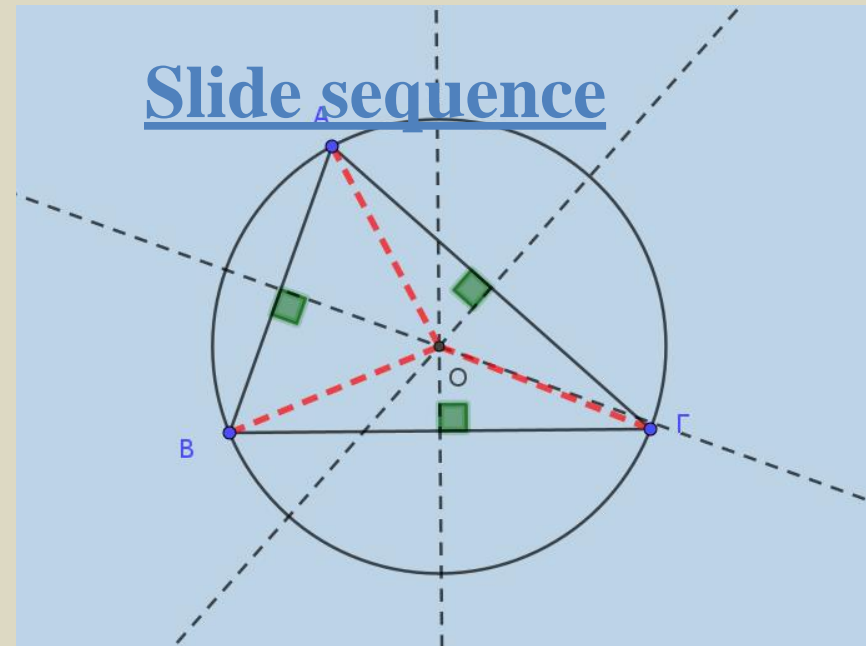
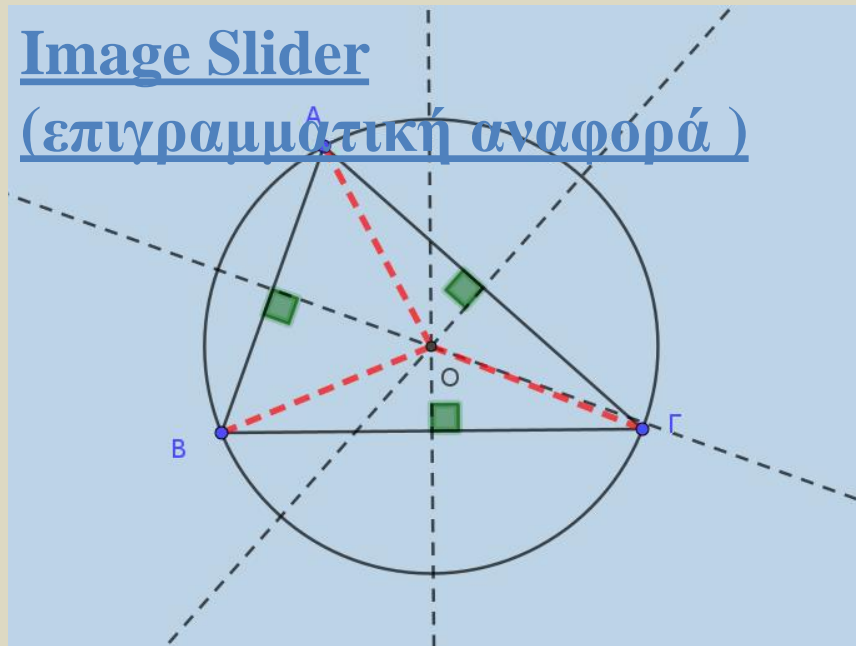
Έστω το τρίγωνο ABC και οι μεσοκάθετοι AD , BE , $ΓZ$ που διέρχονται από τις κορυφές A , B , $Γ$ αντίστοιχα. Για να δείξουμε ότι οι μεσοκάθετοι διασταυρώνονται σε ένα κοινό σημείο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το Θεώρημα του Θαλή.

Σύμφωνα με αυτό, αν εφαρμόσουμε μεσοκάθετη σε ένα τρίγωνο, το σημείο που διασταυρώνεται με τη μεσοκάθετη διαιρεί τη μεσοκάθετη στον λόγο 1:1. Αυτό σημαίνει ότι, αν αποδείξουμε ότι οι μεσοκάθετοι διαιρούνται με τον ίδιο λόγο, τότε διασταυρώνονται σε ένα κοινό σημείο.

Έστω M , N , και P τα σημεία διαίρεσης των πλευρών $BΓ$, $ΓA$, και AB αντίστοιχα, από τις μεσοκάθετους AD , BE , και $ΓZ$. Τότε, για να δείξουμε ότι οι μεσοκάθετοι διέρχονται από ένα κοινό σημείο, πρέπει να δείξουμε ότι:

$$BM/MΓ * ΓN/NA * AP/PB = 1$$

Οι μεσοκάθετοι τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο (3/3)



Problem Solving

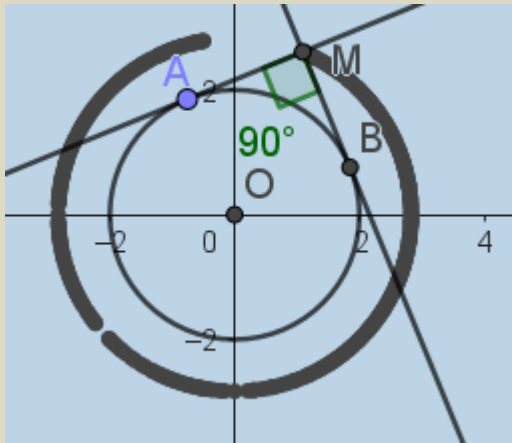
- Πρόβλημα: Μια λεκτική διατύπωση ενός φαινομένου ή δραστηριότητας (τεχνητά ή φυσικά υπαρκτών) η οποία απαιτεί λύση

- Λύση → Μοντέλο
 - οπτικοποίηση
 - προσομοίωση
 - μετάφραση

- Μοντέλο →
 - Εμφανές → «Απλό» πρόβλημα
 - Μη εμφανές → Ανοιχτό πρόβλημα

Άσκηση του σχολικού ως αφόρμιση για γενίκευση

5. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων M , από τα οποία οι εφαπτόμενες προς τον κύκλο $x^2 + y^2 = \rho^2$ είναι κάθετες.

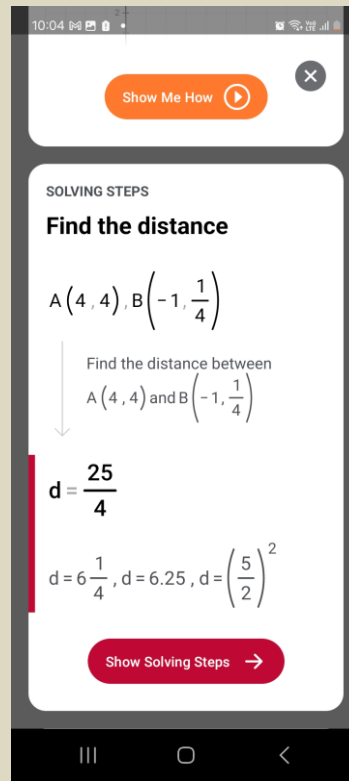
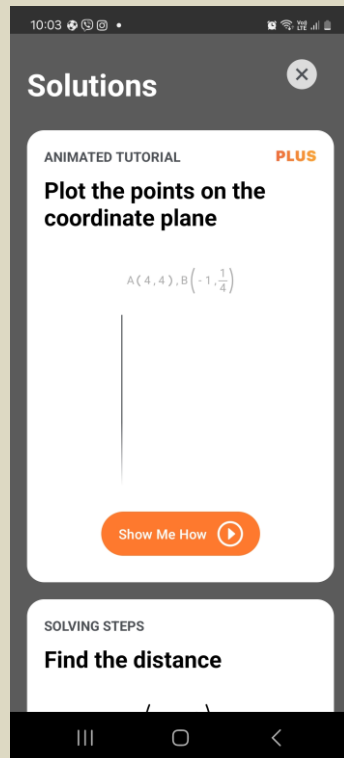


2^η Άσκηση από το σχολικό βιβλίο ως αφόρμιση για γενίκευση (1/2)

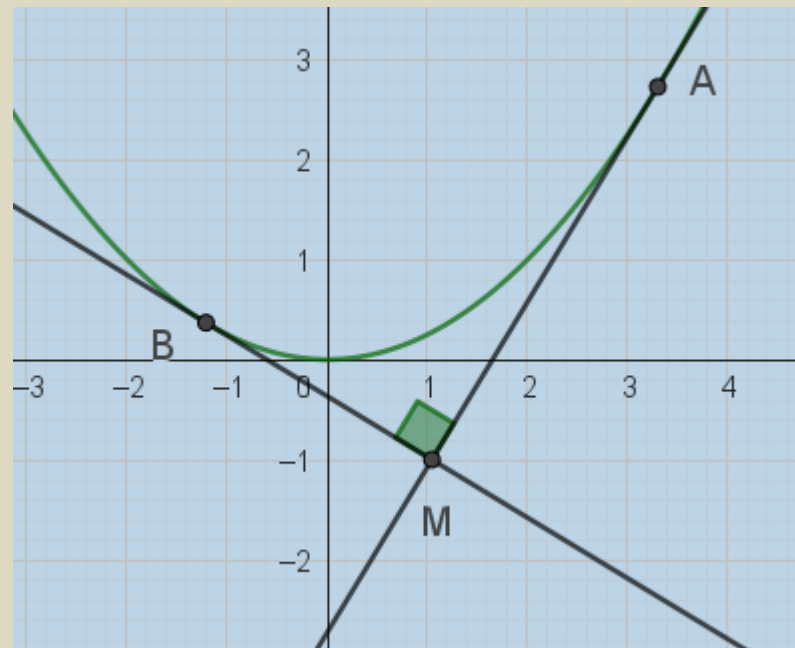
6. Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής $y = \frac{1}{4}x^2$ στα σημεία

$A(4,4)$ και $B\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ τέμνονται κάθετα και πάνω στη διευθετούσα της.

Η λύση από το
PHOTOMATH

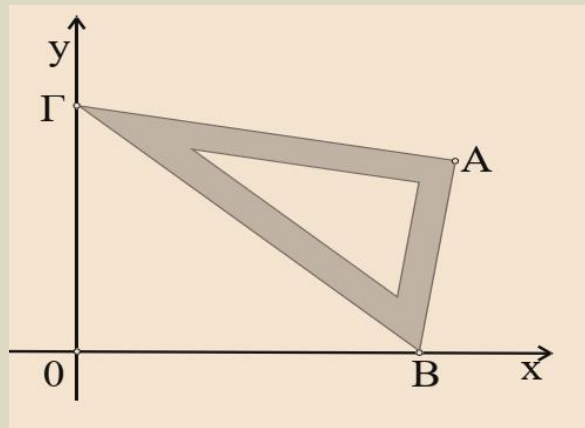


2^η άσκηση από το σχολικό βιβλίο ως αφόρμιση για γενίκευση (2/2)



Ανοιχτό πρόβλημα με σύρσιμο με 1 βαθμό ελευθερίας

- Ο γνώμονας $AB\Gamma$ τοποθετείται κατά τέτοιο τρόπο ώστε το σημείο B να βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα των τετμημένων και το Γ στον θετικό ημιάξονα των τεταγμένων. Μετακινούμε το γνώμονα ώστε τα B και Γ να “γλιστρούν” στους άξονες. Με ποιο τρόπο μετακινείται το σημείο A ;



Ανοικτό πρόβλημα με σύρσιμο με 2 βαθμούς ελευθερίας

Οι δημοτικές αρχές τεσσάρων πόλεων αποφάσισαν να κατασκευάσουν ένα αεροδρόμιο, το οποίο θα εξυπηρετεί τις ανάγκες των κατοίκων τους. Να βρείτε τη βέλτιστη θέση για την κατασκευή του αεροδρομίου έτσι ώστε οι ανάγκες των τεσσάρων πόλεων να εξυπηρετούνται κατά δίκαιο τρόπο (Christou κ. ά., 2005).