Επιμορφωτική ημερίδα

«Μετασχηματίζοντας την εκπαίδευση της Γεωμετρίας: Νέα Προγράμματα Σπουδών και ‘δυναμικοί’ μετασχηματισμοί»

Δρ. Σταυρούλα Πατσιομίτου

Σύμβουλος Εκπαίδευσης Μαθηματικών

ΔΔΕ Γ' Αθήνας

Τετάρτη 6/9/2023 10:00 π.μ.

ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΠΕΡΙΣΤΕΡΙΟΥ

«Μετασχηματίζοντας την εκπαίδευση των Μαθηματικών: Νέα Προγράμματα Σπουδών»

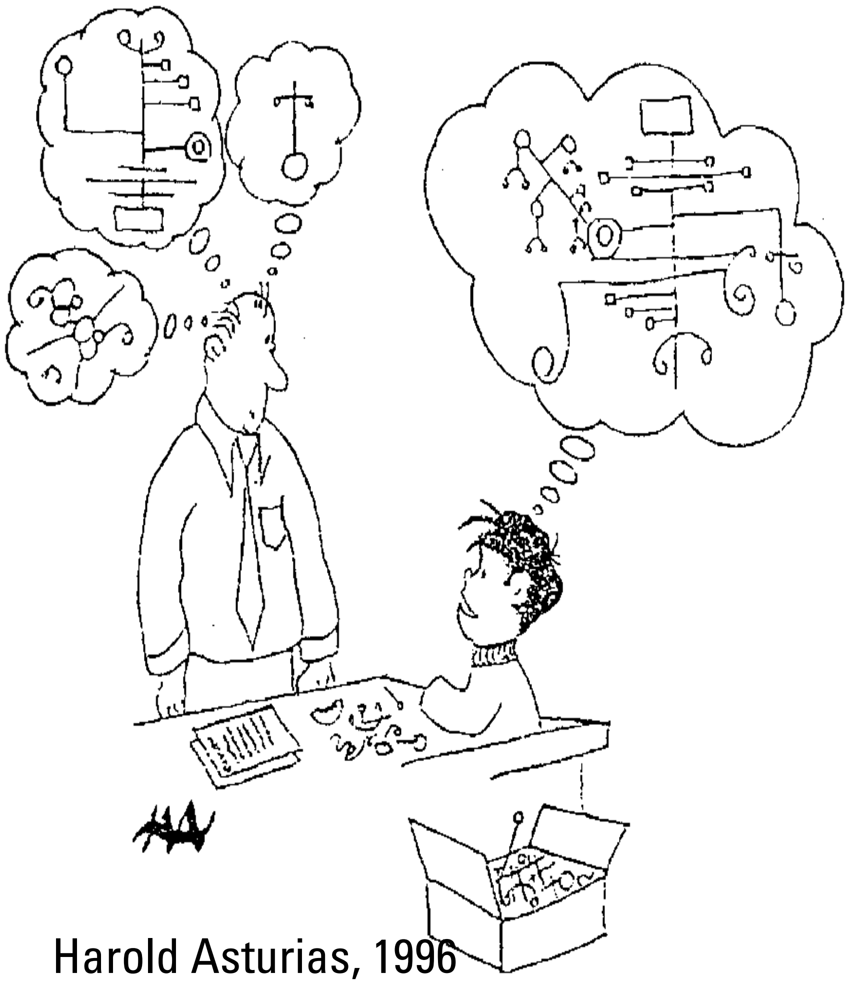
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΜΟΡΦΩΤΙΚΗΣ ΗΜΕΡΙΔΑΣ	
9.45-10.00	**Προσέλευση**
10.00-10.30	Σοφιάδου Κωνσταντίνα *Διευθύντρια Καλλιτεχνικού Γυμνασίου Περιστερίου* Τριανταφύλλου Κωνσταντίνος *Διευθυντής 4ου Ε.Κ. Περιστερίου* Δροσάτος Αναστάσιος *Διευθυντής 1ου ΕΠΑΛ Περιστερίου* Χαιρετισμοί
10.30 -11.00	Πατσιομίτου Σταυρούλα *Σύμβουλος Εκπαίδευσης Μαθηματικών Γ΄ Αθήνας* Μετασχηματίζοντας την εκπαίδευση της Γεωμετρίας: Νέα Προγράμματα Σπουδών και 'δυναμικοί' μετασχηματισμοί
11.00-11.30	Γιατράς Κωνσταντίνος *Σύμβουλος Εκπαίδευσης Μαθηματικών Γ΄ Αθήνας* Το νέο Πρόγραμμα Σπουδών στα Μαθηματικά
11.30 - 12.00	Χασάπης Σωτήρης *Διευθυντής Προτύπου ΓΕΛ Αγίων Αναργύρων* Διδακτική αξιοποίηση της ΤΘΔΔ 2022
	Διάλειμμα 10 λεπτών
12.15-12.45	Στουραΐτης Κωνσταντίνος Σύμβουλος Α' Ι.Ε.Π. Η διδασκαλία των μαθηματικών σήμερα με τη ματιά των νέων (αυριανών) Προγραμμάτων Σπουδών.
12.45-13.15	Παπαδημητρίου Σοφία *Προϊσταμένη Εκπαιδευτικής Ραδιοτηλεόρασης και Ψηφιακών Μέσων* *Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού* *Καθηγήτρια-Σύμβουλος ΕΑΠ* Παιδεία στα Μέσα και την Πληροφορία: Ο ρόλος της Εκπαιδευτικής Ραδιοτηλεόρασης
13.15-13.45	Συζήτηση

- **Πρόλογος**

- Γεωμετρία και ανάπτυξη ικανότητας αφαιρετικών διαδικασιών σκέψης.

Όσον αφορά τη διδασκαλία του μαθήματος πρέπει να απαντήσουμε ερωτήματα :

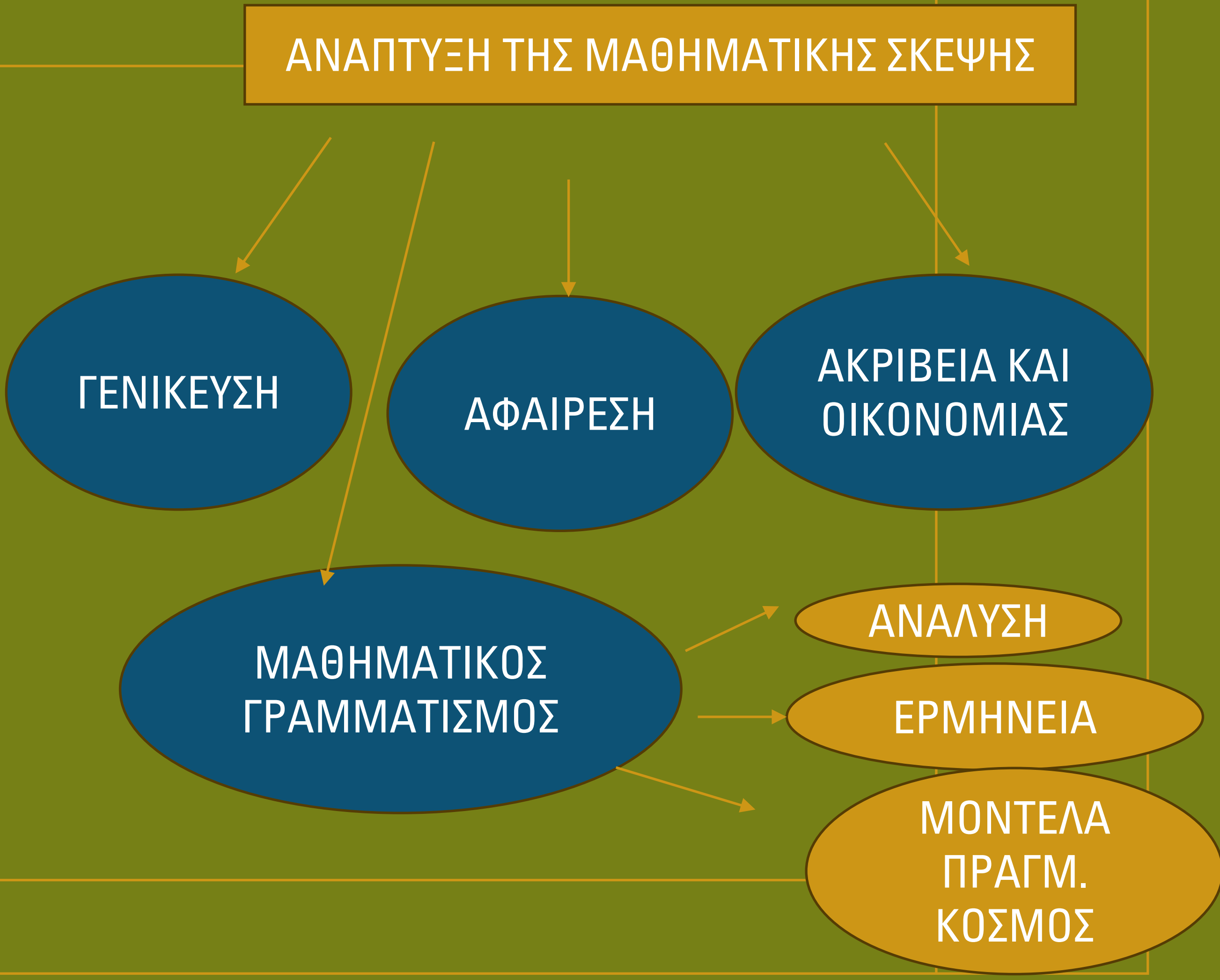
- Κατανοούν όλοι οι μαθητές τις αποδείξεις της Ευκλείδειας Γεωμετρίας;
- Πώς μπορούμε να ανασχεδιάσουμε τη διδασκαλία του μαθήματος με κατάλληλο υλικό και πώς μπορεί το υλικό αυτό να λειτουργήσει ως εργαλείο για την κατανόηση των εννοιών; (π.χ. γεωμετρικές κατασκευές ως μέσο σύνδεσης της θεωρίας με την πράξη)



Harold Asturias, 1996

Πρόγραμμα Σπουδών Γεωμετρίας-Μαθησιακά Μονοπάτια

- Μπορεί να θεωρηθεί «ένα σχέδιο για μάθηση» (van den Akker, 1998) των εννοιών της γεωμετρίας.
- Ο ουσιαστικός ρόλος που διαδραματίζουν οι δάσκαλοι στη διαμόρφωση του Προγράμματος Σπουδών που δοκιμάζεται ή αξιολογείται στην πράξη από τους μαθητές υπογραμμίζεται επίσης από την Remillard (1999).
- Η Remillard (1999) υποστηρίζει ότι τα **υποστηρικτικά υλικά αποτελούν βασικό όχημα για την προώθηση της αλλαγής στα Προγράμματα Σπουδών** και στο χαρακτήρα των ευκαιριών που προσφέρονται στους μαθητές για την εκμάθηση των Μαθηματικών.
- Οι Corcoran et al. (2009) ισχυρίζονται ότι ένα μαθησιακό μονοπάτι «διαφέρει από το Πρόγραμμα Σπουδών διότι είναι βασισμένο στην ανάλυση και στα ερευνητικά συμπεράσματα για το πώς οι μαθητές μαθαίνουν μια ιδιαίτερη έννοια, και επικυρώνεται από τα στοιχεία της έρευνας»



Γεωμετρία και απόδειξη

Γλωσσικά σύμβολα
Παραγωγικό συλλογισμό

Γνωστική ανάπτυξη

Διδασκαλία της απόδειξης στη γεωμετρία

- Ο Harell (2008) ισχυρίζεται ότι «ένα **Πρόγραμμα Σπουδών Γεωμετρίας δεν είναι Γεωμετρία αν δεν έχει** τελικό στόχο την ανάπτυξη του παραγωγικού συλλογισμού»
- **Αλλαγές στο Πρόγραμμα Σπουδών και στον τρόπο διδασκαλίας των γεωμετρικών εννοιών**

➢ Γνωστική ανάπτυξη

- Η γεωμετρία διδάσκεται σε υψηλότερο επίπεδο από εκείνο που οι μαθητές κατανοούν
- Η οργάνωση και το περιεχόμενο της διδασκαλίας καθώς επίσης και τα υποστηρικτικά υλικά έχουν θετικές επιπτώσεις στη γνωστική ανάπτυξη των μαθητών

Οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί μέρος των περισσότερων Προγραμμάτων Σπουδών των Μαθηματικών

Σύμφωνα με τον Usiskin (1974), μέχρι το 1950 οι μετασχηματισμοί δεν αναφέρονταν στα περισσότερα βιβλία μαθηματικών των ΗΠΑ.
Όμως τα πράγματα ήταν διαφορετικά στην Ευρώπη, καθώς ο Klein (1872) ανακοίνωσε στο Πανεπιστήμιο του Erlangen, το «Πρόγραμμα Erlanger»: «*Δοθείσης κάθε ομάδας μετασχηματισμών στον χώρο που περιλαμβάνει την αρχική ομάδα ως υποομάδα, τότε η θεωρία των αναλλοίωτων αυτής της ομάδας δίνει ένα απόλυτο είδος γεωμετρίας και κάθε πιθανής γεωμετρίας που μπορεί να αποκτηθεί με αυτόν τον τρόπο*».

Το αποτέλεσμα αυτής της ανακάλυψης ήταν οι μετασχηματισμοί να **θεωρηθούν ως μια *θεμελιώδης έννοια στη γεωμετρία.***

Σύμφωνα με τον Klein (1896, ό.α. στο Usiskin, 1974), «***η γεωμετρία πρέπει να εξεταστεί ως μελέτη των ιδιοτήτων του χώρου που είναι αμετάβλητες κάτω από ένα σύνολο μετασχηματισμών*».**

Β΄ Γυμνασίου

Α΄ Γυμνασί

Γ.Ε.7.12. Να διερευνούν είδη τετράπλευρων (παραλληλόγραμμα, τραπέζια) και να διατυπώνουν σχετικούς ορισμούς.
Γ.Ε.7.13. Να χρησιμοποιούν γεωμετρικά όργανα και ψηφιακά εργαλεία για να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες σχετικά με τις ιδιότητες παραλληλογράμμου, ορθογωνίου, ρόμβου και τετραγώνου τις οποίες να τεκμηριώνουν αναπτύσσοντας λογικούς συλλογισμούς.
Γ.Ε.7.14. Να ταξινομούν τα είδη των τετραπλεύρων με βάση τις ιδιότητές τους.
Γ.Ε.7.15. Να

	διερευνούν και να αιτιολογούν εμπειρικά τις σχέσεις εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο	πολύγωνα στη φύση (π.χ. κηρήθρες), στην τέχνη (π.χ. Escher) και στις επιστήμες (π.χ. κρυσταλλογραφία).
Μετασχηματισμοί.	Γ.Μ.8.1. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς συμμετρίας ως προς άξονα και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.	• Διερεύνηση της σχέσης δύο σημείων (αρχικό και τελικό) σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων όπου το αρχικό σημείο έχει υποστεί έναν μετασχηματισμό (συμμετρία ως προς άξονα ή στροφή ως προς σημείο ή μετατόπιση κατά ένα διάνυσμα). Αναγνώριση της σχέσης ανάμεσα στις συντεταγμένες των δύο σημείων (αρχικό και τελικό) και προσπάθεια γενίκευσης. • Αξιοποίηση του μετασχηματισμού της κεντρικής συμμετρίας στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων γεωμετρικών σχημάτων, για παράδειγμα, της ιδιότητας των σημείων της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος ή της ιδιότητας της διαμέσου προς την υποτείνουσα ορθογώνιου τριγώνου ή τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου. • Αναζήτηση των αξόνων συμμετρίας διαφορετικών ειδών πολυγώνων (κυρτά, μη κυρτά, κανονικά και μη κανονικά, τραπέζια, παραλληλόγραμμα) και ταξινόμησή τους με βάση το πλήθος των αξόνων συμμετρίας και κριτήρια όπως «το πολύ ένας άξονας συμμετρίας», «τουλάχιστον ένας άξονας συμμετρίας», «άρτιο και μη μηδενικό πλήθος αξόνων συμμετρίας», «περιττό πλήθος αξόνων συμμετρίας» κ.λπ. • Αναζήτηση και εντοπισμός
	Γ.Μ.8.2. Να αναγνωρίζουν τη σχέση ισότητας του αρχικού σχήματος και της εικόνας του κατά τη συμμετρία του ως προς δοθείσα ευθεία.	
	Γ.Μ.8.3. Να αναγνωρίζουν σχήματα με άξονα συμμετρίας και να σχεδιάζουν τους άξονες συμμετρίας σε αυτά.	
	Γ.Μ.8.4. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό συμμετρίας ως προς άξονα.	
	Γ.Μ.8.5. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της αξονικής συμμετρίας στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.	
	Γ.Μ.8.6. Να σχεδιάζουν τα συμμετρικά γεωμετρικών σχημάτων ως προς διάφορους άξονες χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων	

Εμβαδόν.	Μ.Ε.8.1. Να μετασχηματίζουν επιφάνειες σε ισοδύναμες με τη διαδικασία διάσπασης και ανασύνθεσης επιφάνειας.	• Ερμηνεία των τύπων των εμβαδών παραλληλογράμμου, τριγώνου, τραπεζίου αξιοποιώντας διαδικασίες κατάλληλης διαμέρισης και σύνθεσης επιφανειών τους, ή πραγματοποιώντας κατάλληλους μετασχηματισμούς σε απλούστερα σχήματα με διατήρηση του εμβαδού.
	Μ.Ε.8.2. Να	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		και στρατηγικών.	της εικόνας σχήματος (ανάμεσα σε πλήθωρα συμμετρικών και μη συμμετρικών σχημάτων) που έχει προκύψει από τη μεταφορά ενός αρχικού σχήματος κατά δοθέν διάνυσμα. Τεκμηρίωση της απάντησης. • Αναζήτηση και σχεδιασμός του άξονα συμμετρίας πολλαπλών δοθέντων (συμμετρικών και μη συμμετρικών ως προς άξονα συμμετρίας) σχημάτων. Αποκλεισμός και αιτιολόγηση των μη συμμετρικών ως προς άξονα συμμετρίας σχημάτων. • Αναζήτηση και εντοπισμός του κέντρου στροφής και της γωνίας στροφής δύο δοθέντων σχημάτων γνωρίζοντας ότι έχουν υποστεί μετασχηματισμό στροφής. • Αναγνώριση και περιγραφή των μετασχηματισμών που παράγουν μια ψηφίδωση ή ένα μοτίβο σε ένα σχέδιο ή σε ένα έργο τέχνης. • Σύνδεση της ισότητας με τους μετασχηματισμούς ισομετρίας. Οι μαθητές/-τριες αντιλαμβάνονται ως ίσα τα σχήματα τα οποία το ένα ταυτίζεται με το άλλο μέσω κατάλληλου μετασχηματισμού.
		Γ.Μ.8.7. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς μεταφοράς και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.	
		Γ.Μ.8.8. Να αναγνωρίζουν τη σχέση ισότητας του αρχικού σχήματος και της εικόνας του κατά τη μεταφορά του ως προς δοσμένο διάνυσμα.	
		Γ.Μ.8.9. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό μεταφοράς.	
		Γ.Μ.8.10. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες του μετασχηματισμού μεταφοράς κατά διάνυσμα στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.	
		Γ.Μ.8.11. Να σχεδιάζουν το σχήμα που προκύπτει από τη μεταφορά ενός σχήματος κατά διάνυσμα χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών.	
		Γ.Μ.8.12. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς στροφής και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.	
		Γ.Μ.8.13. Να αναγνωρίζουν τη σχέση ισότητας του αρχικού σχήματος και της εικόνας του κατά	

	τη στροφή του ως προς κέντρο και δεδομένης γωνίας στροφής.
	Γ.Μ.8.14. Να αναγνωρίζουν την κεντρική συμμετρία ως ειδική περίπτωση μετασχηματισμού στροφής κατά 180.
	Γ.Μ.8.15. Να αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας και να προσδιορίζουν το κέντρο συμμετρίας τους.
	Γ.Μ.8.16. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό στροφής ως προς κέντρο και γωνία στροφής.
	Γ.Μ.8.17. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες του μετασχηματισμού στροφής ως προς κέντρο και γωνία στροφής στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.
	Γ.Μ.8.18. Να σχεδιάζουν με ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών το σχήμα που προκύπτει από τη στροφή δεδομένου σχήματος ως προς κέντρο και συγκεκριμένη γωνία στροφής αξιοποιώντας τις ιδιότητες του μετασχηματισμού
	Γ.Μ.8.19. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν μετασχηματισμούς σε

Γ΄ Γυμνασίου

Μετασχηματισμοί.	Γ.Μ.9.1. Να καθορίζουν τα χαρακτηριστικά στοιχεία του μετασχηματισμού της ομοιοθεσίας.	• Αναγνώριση της σχέσης περιμέτρου και εμβαδού δύο ομοιόθετων σχημάτων αξιοποιώντας ψηφιακά εργαλεία ή τετραγωνισμένο χαρτί. • Σύνδεση της ομοιότητας με τον μετασχηματισμό ομοιοθεσίας και αντίληψη ως όμοιων των σχημάτων που το ένα καθίσταται ομοιόθετο του άλλου μέσω της αναγνώρισης μιας ακολουθίας μετασχηματισμών.
	Γ.Μ.9.2. Να αναγνωρίζουν ως όμοια τα σχήματα που το ένα είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου.	
	Γ.Μ.9.3. Να διαπιστώνουν και να περιγράφουν μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις μέσω της ομοιοθεσίας	

	χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων.	• Αξιοποίηση της ομοιότητας τριγώνων στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων. Για παράδειγμα, υπολογισμός του ύψους κεραίας μετρώντας τη σκιά της αν γνωρίζουμε το ύψος και τη σκιά ανθρώπου που στέκεται δίπλα της.
	Γ.Μ.9.4. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν τους μετασχηματισμούς με τους οποίους δύο όμοια σχήματα γίνονται ομοιόθετα.	
	Γ.Μ.9.5. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των ομοιόθετων σχημάτων.	
	Γ.Μ.9.6. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της ομοιοθεσίας ως προς κέντρο και λόγο ομοιοθεσίας στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.	
	Γ.Μ.9.7. Να σχεδιάζουν ομοιόθετα και όμοια σχήματα χρησιμοποιώντας μια ποικιλία υλικών, εργαλείων και στρατηγικών.	

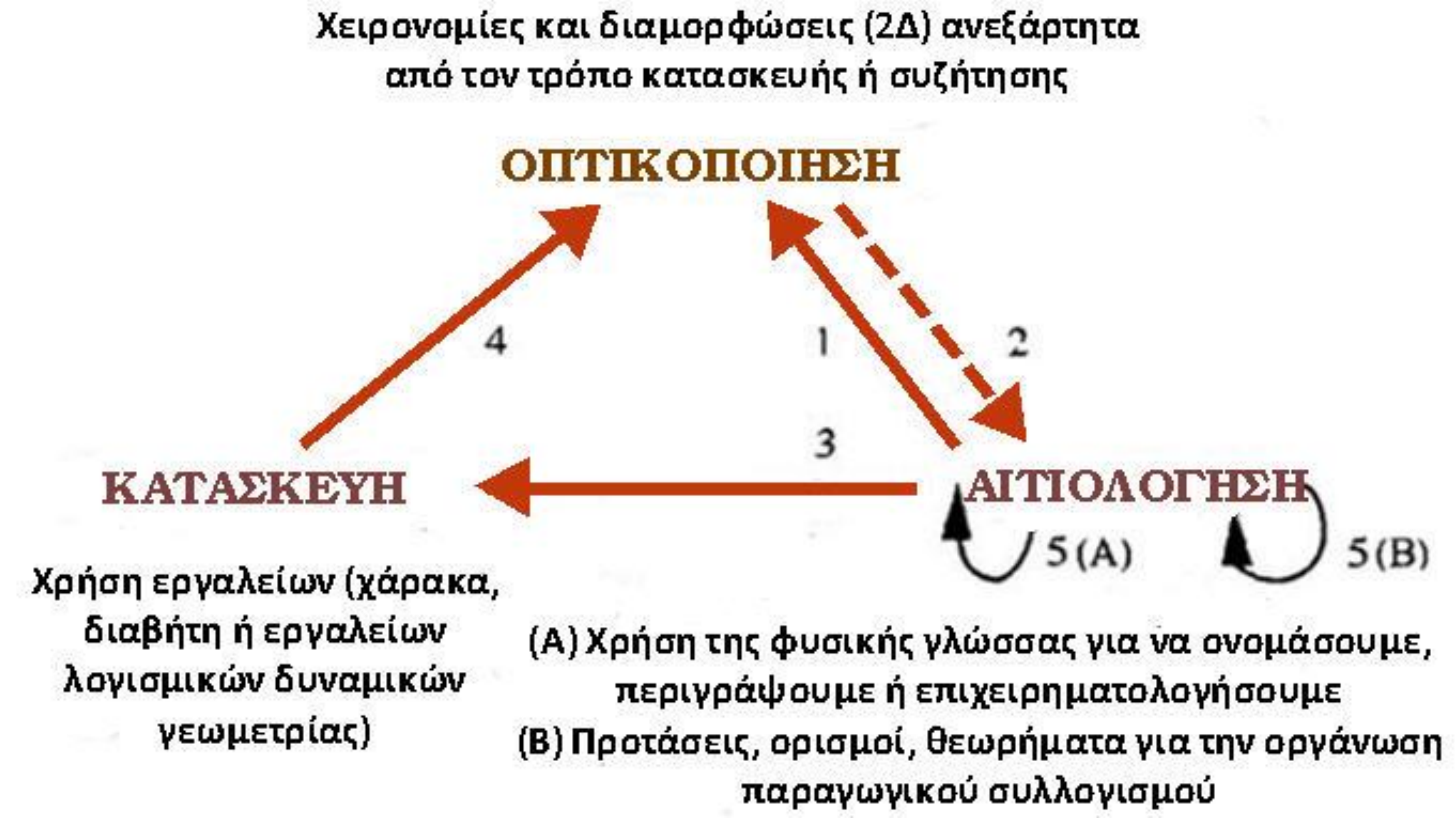
Α΄ Λυκείου

	κανόνα και διαβήτη. Γ.Ε.10.18. Αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες του παραλληλογράμμου, καθώς και ποιες από αυτές το χαρακτηρίζουν.	• Έργα σχεδίασης παραλληλογράμμου ή ειδικών παραλληλογράμμων που διατηρούν αναλλοίωτες τις ιδιότητές τους μετά από δυναμική μεταβολή στοιχείων τους σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας. • Έργα τα οποία απαιτούν δημιουργία εικασιών και τεκμηρίωσή τους με απόδειξη ή με αντιπαράδειγμα. • Αναγνώριση και αξιοποίηση των ιδιοτήτων των κέντρων τριγώνου. • Ερμηνεία της φυσικής σημασίας του κέντρου βάρους τριγώνου. • Διερεύνηση ιδιοτήτων τετραπλεύρων με κάθετες διαγωνίους που δεν είναι παραλληλόγραμμα ή τραπέζια (π.χ., τετράπλευρος χαρταετός).
	Γ.Ε.10.19. Αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες ορθογωνίου, ρόμβου και τετραγώνου και διακρίνουν ποιες από αυτές χαρακτηρίζουν τα αντίστοιχα τετράπλευρα.	
	Γ.Ε.10.20. Αποδεικνύουν ιδιότητες που αφορούν το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο συνδέει μέσα πλευρών τριγώνου. Γ.Ε.10.21. Σε ορθογώνιο τρίγωνο αποδεικνύουν ιδιότητες που συσχετίζουν την υποτείνουσα με τη διάμεσο που	

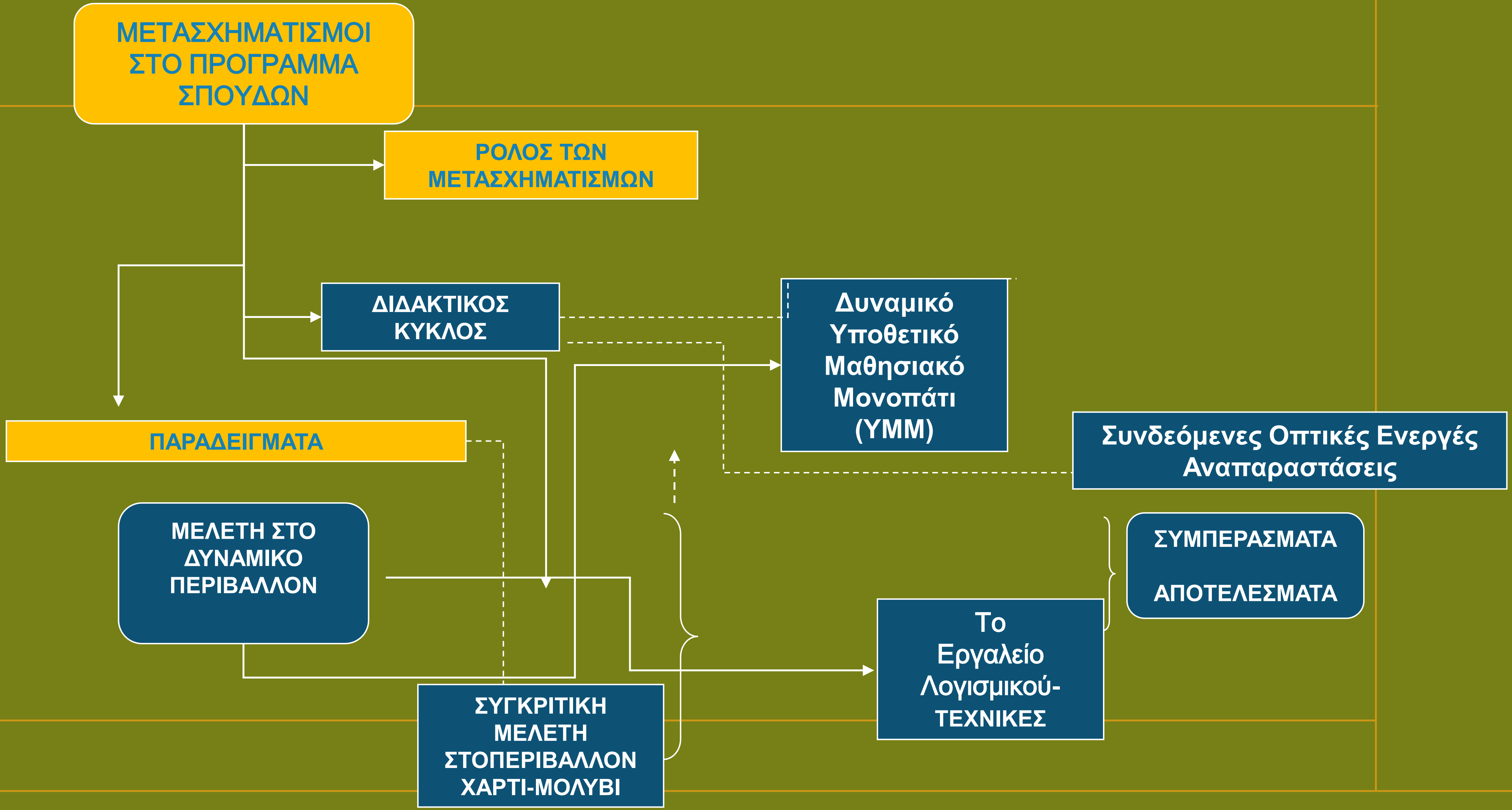
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.12.Π.1. Αναπτύσσουν εικασίες για γεωμετρικούς τόπους αξιοποιώντας και λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας.	• Οπτικοποίηση γεωμετρικών τόπων με αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων δυναμικής γεωμετρίας. • Η σημασία της Αναλυτικής-Συνθετικής Μεθόδου στις αποδείξεις με ερμηνεία των όρων της (ανάλυση, σύνθεση, διερεύνηση) και εφαρμογή της στην επίλυση προβλημάτων γεωμετρικών τόπων και κατασκευών.
		Γ.Ε.12.Π.2. Βρίσκουν γεωμετρικούς τόπους αξιοποιώντας γνωστές γεωμετρικές σχέσεις και ιδιότητες της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.	
		Γ.Ε.12.Π.3. Κατασκευάζουν βασικά γεωμετρικά σχήματα (ευθείες ή τμήματά τους, γωνίες, τρίγωνα, κύκλους ή τόξα τους) που ικανοποιούν συγκεκριμένες ιδιότητες χρησιμοποιώντας, όπου χρειάζεται, τη διαδικασία Ανάλυση – Σύνθεση – Απόδειξη – Διερεύνηση.	
		Γ.Ε.12.Π.4. Αξιοποιούν γνωστούς γεωμετρικούς τόπους σε γεωμετρικές κατασκευές.	

Ασκήσεις με σχήματα ή χωρίς σχήματα;



➢Η παρουσίαση περιλαμβάνει



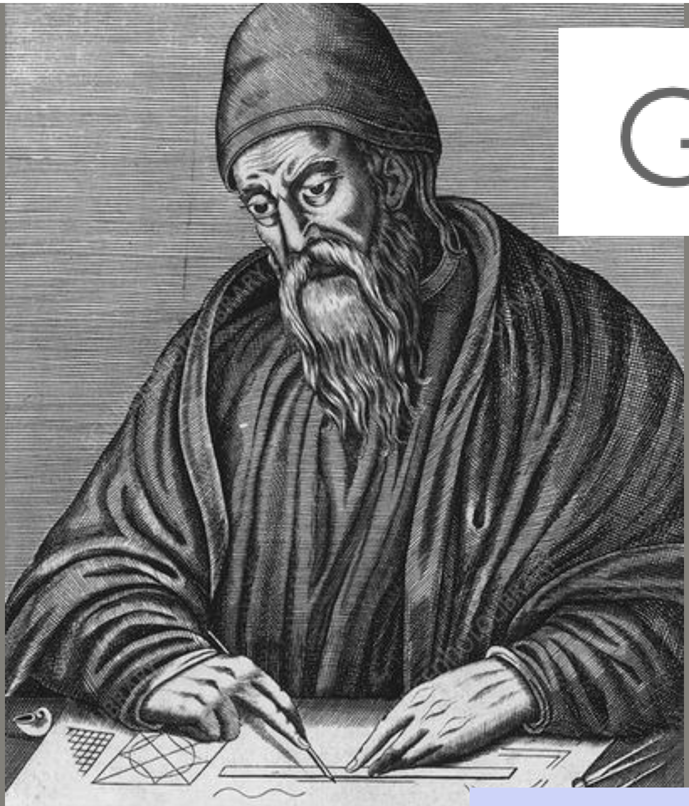
Από την Ευκλείδεια Γεωμετρία στη «Δυναμική» Ευκλείδεια Γεωμετρία

Κοιναὶ ἔννοιαι.

α΄. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.
β΄. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.
γ΄. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.
δ΄. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.
ε΄. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστιν].

Common Notions

1. Things equal to the same thing are also equal to one another.
2. And if equal things are added to equal things then the wholes are equal.
3. And if equal things are subtracted from equal things then the remainders are equal.†
4. And things coinciding with one another are equal to one another.
5. And the whole [is] greater than the part.

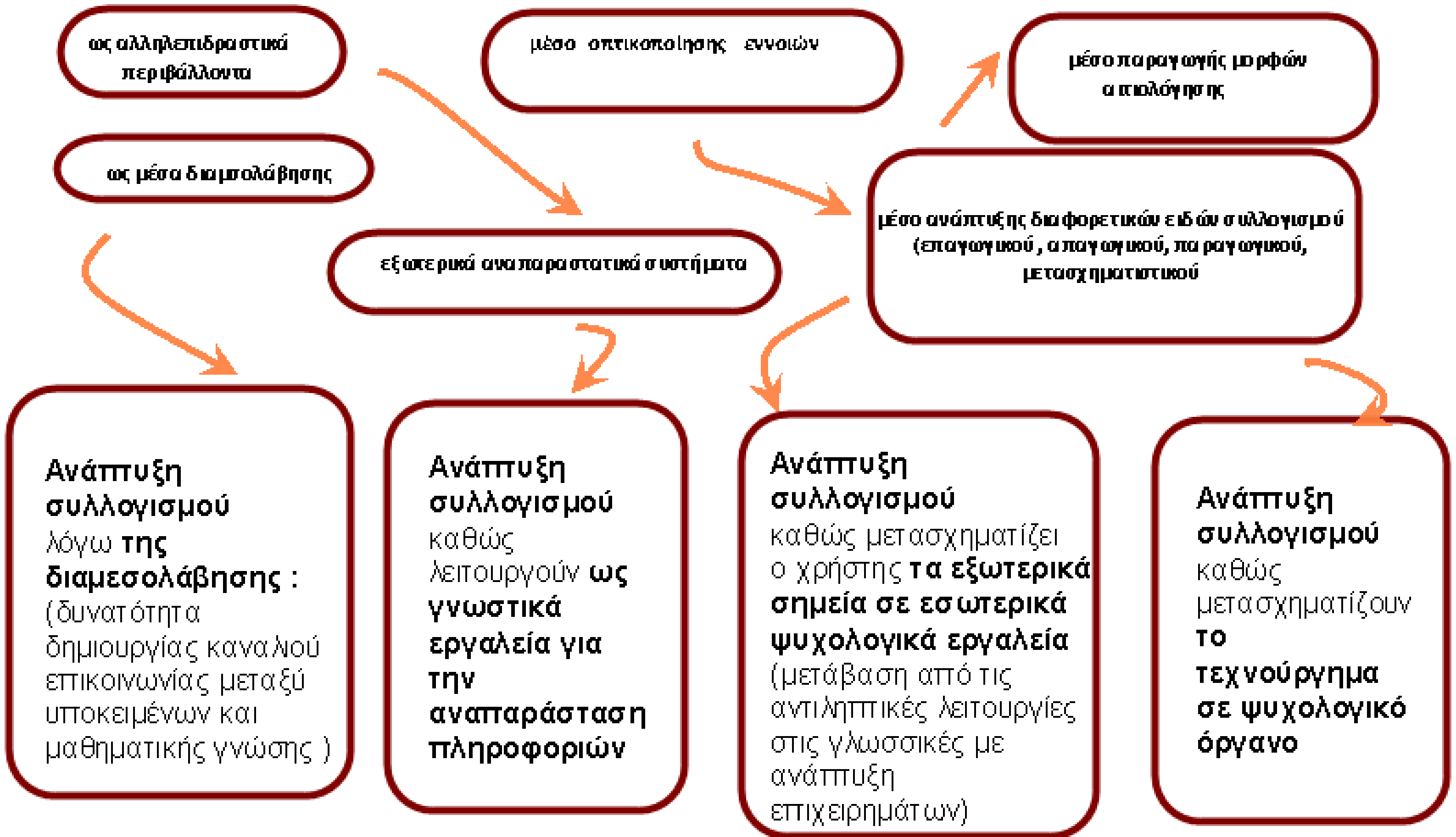


GeoGebra

300 π.Χ. → 1988 2023

- **Δύο διαστάσεων**
- Geometer's Sketchpad (Jackiw, 1991/2001),
- Cabri II (Laborde, Baulac, & Bellemain, 1988),
- Geogebra (Hohenwarter, 2001, 2002),
- Cinderella (Richter-Gebert & Kortenkamp, 1999)
- Euclidraw (Pamfilos, 2004) etc.
- **Τριών διαστάσεων ,**
- Cabri 3D (Laborde, 2004)
- Geogebra (Hohenwarter, 2001, 2002)

Λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας



Πατσιομίτου, 2012

File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help

Ανάκλαση ως προς άξονα (Line Reflections)

Η ανάκλαση ως προς ευθεία ε ενός σημείου Α είναι ένα σημείο Α' τέτοιο ώστε η ΑΑ΄ είναι κάθετη στην ευθεία ε και ΑΜ = ΜΑ΄, όπου Μ είναι το σημείο τομής της ΑΑ΄ και της ευθείας ε, έτσι ώστε να τοποθετείται στο άλλο ημιεπίπεδο αλλά σε ίση απόσταση από την ευθεία ε.
Τότε η ευθεία ε καλείται άξονας συμμετρίας ή άξονας ανάκλασης.

A': (-4,41, 1,60)

B': (-4,79, 3,26)

C': (-3,10, 2,19)

A: (4,41, 1,60)

B: (4,79, 3,26)

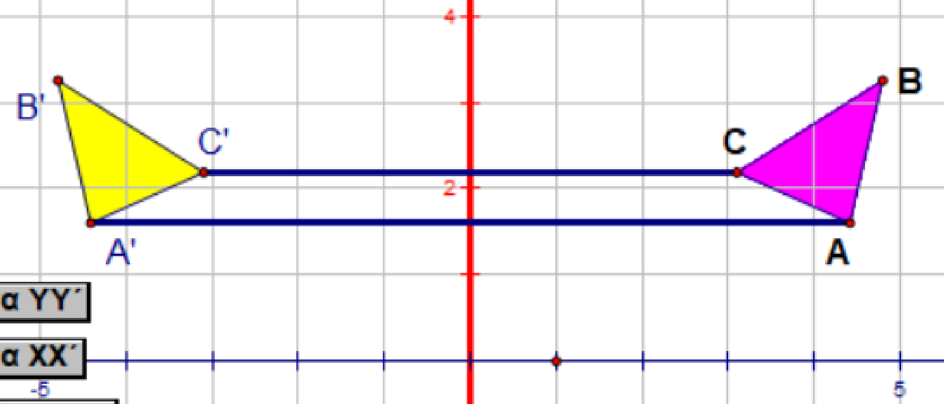
C: (3,10, 2,19)

--διατηρείται η ισότητα

-- αναπτύσσεται η χωρική αντίληψη

--αλγεβρικά συμπεράσματα

Πατσιομίτου, 2009



Ανάκλαση ως προς τον άξονα ΥΥ΄

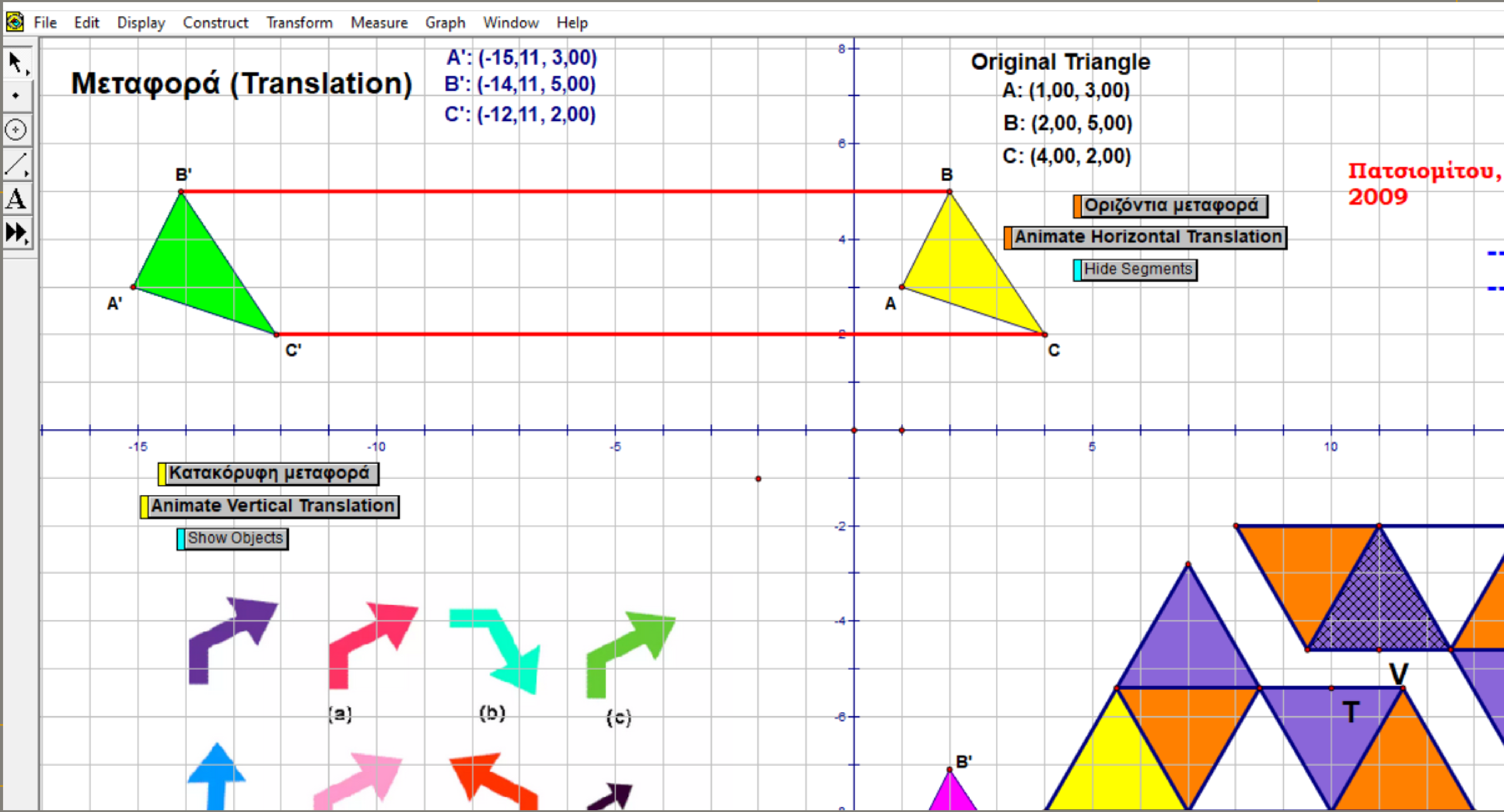
Ανάκλαση ως προς τον άξονα ΧΧ΄

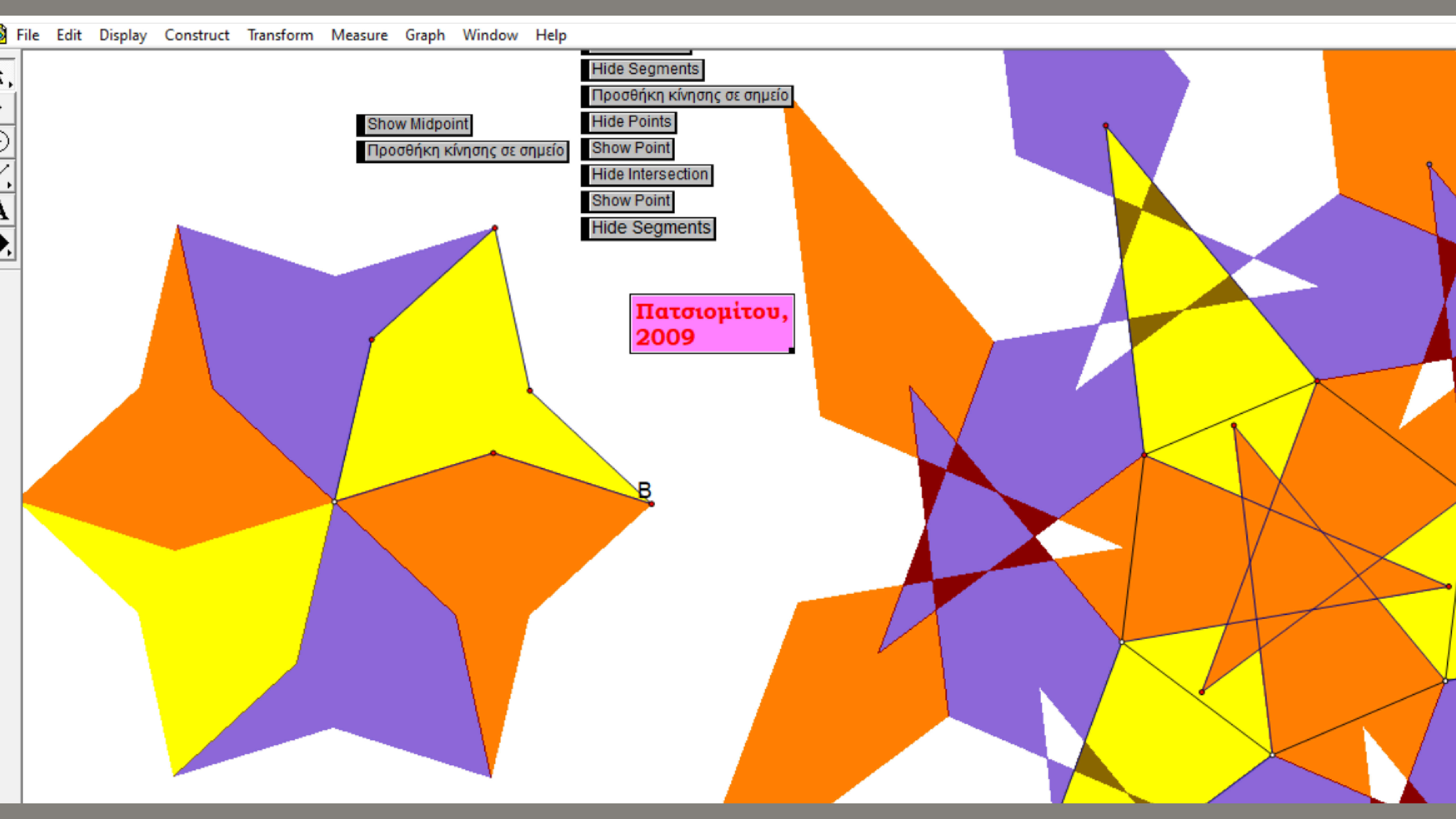
Ανάκλαση ως προς τη διχοτόμο Υ=Χ

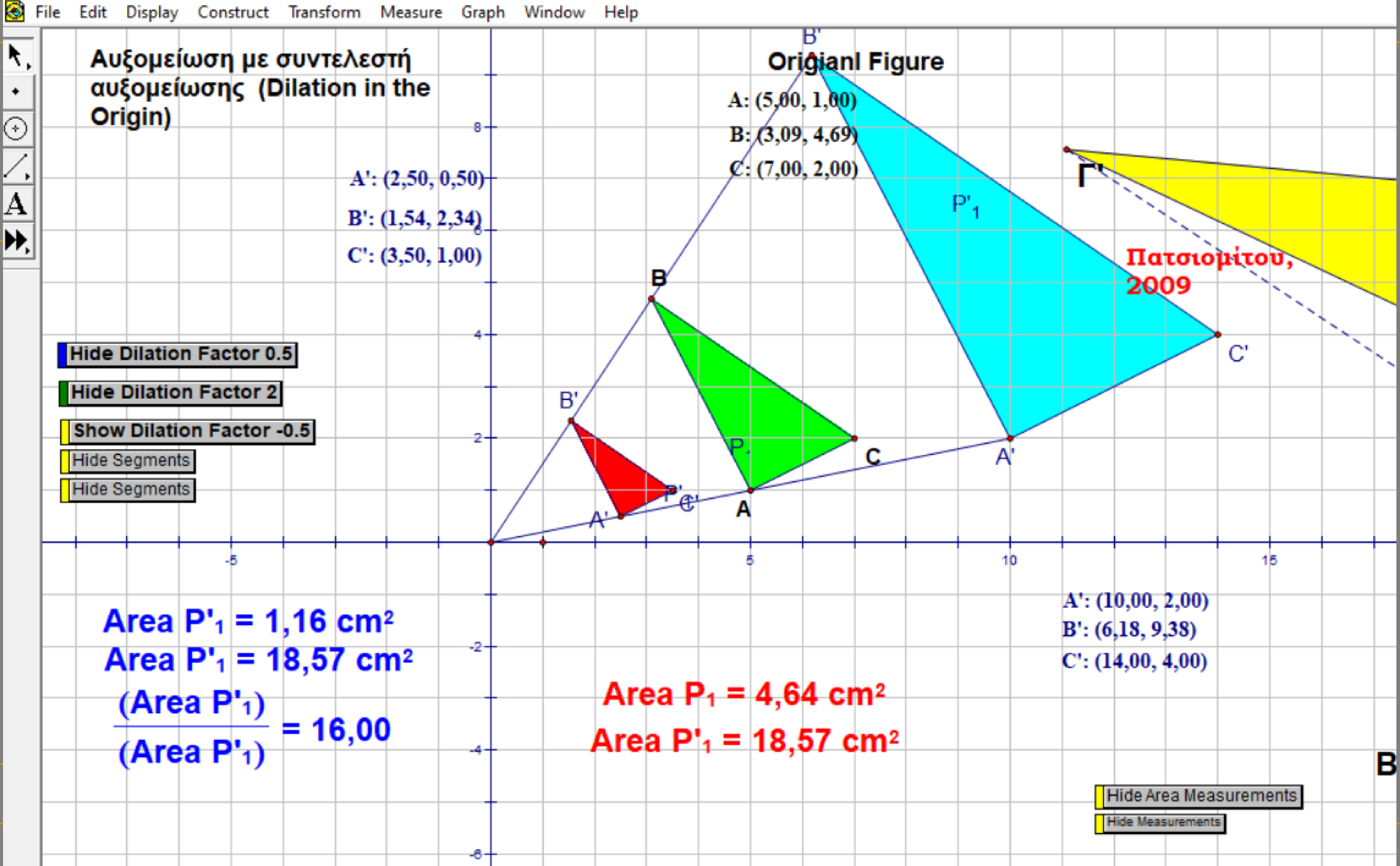
Ανάκλαση ως προς τη διχοτόμο Υ=-Χ

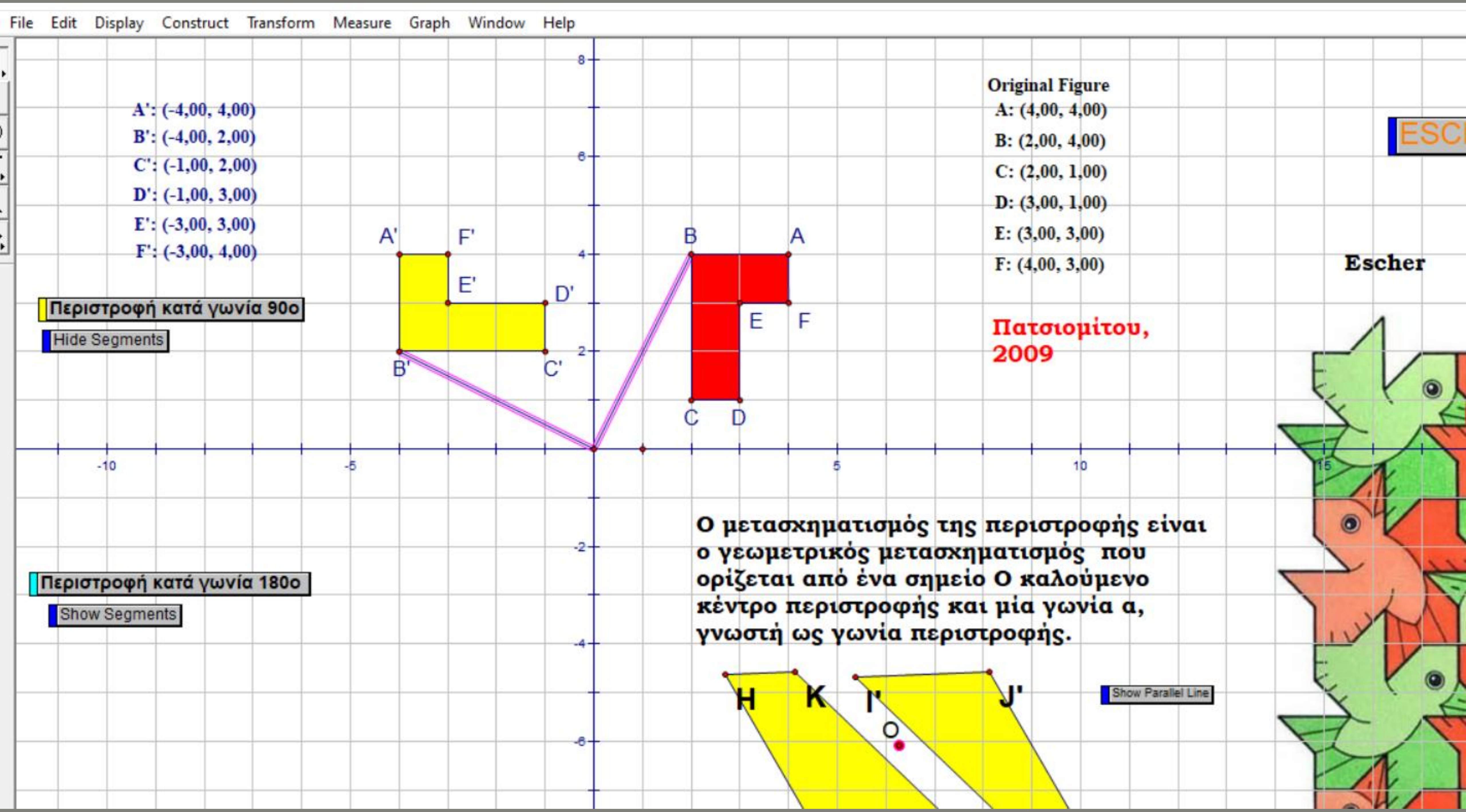
Hide Segments

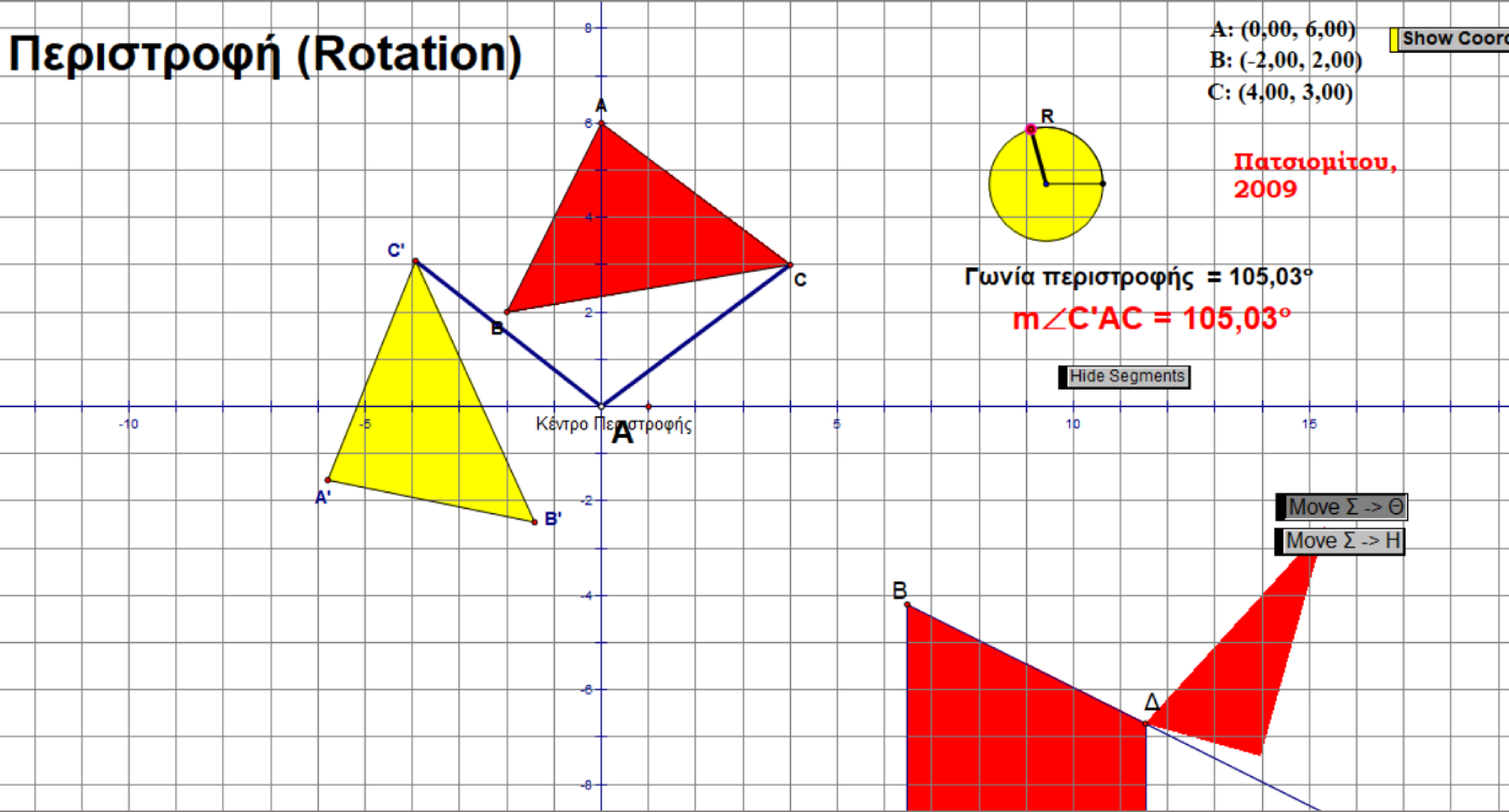
TYPE OF REFLECTION	Point of the pre-image (Before reflection)	Point of the image (After reflection)
Reflection about the x- axis	(x , y)	(x , - y)
Reflection about the y-axis	(x , y)	(- x , y)
Reflection about the line y = x	(x , y)	(y , x)
Reflection about the line y = -x	(x , y)	(- y , - x)
Reflection about		

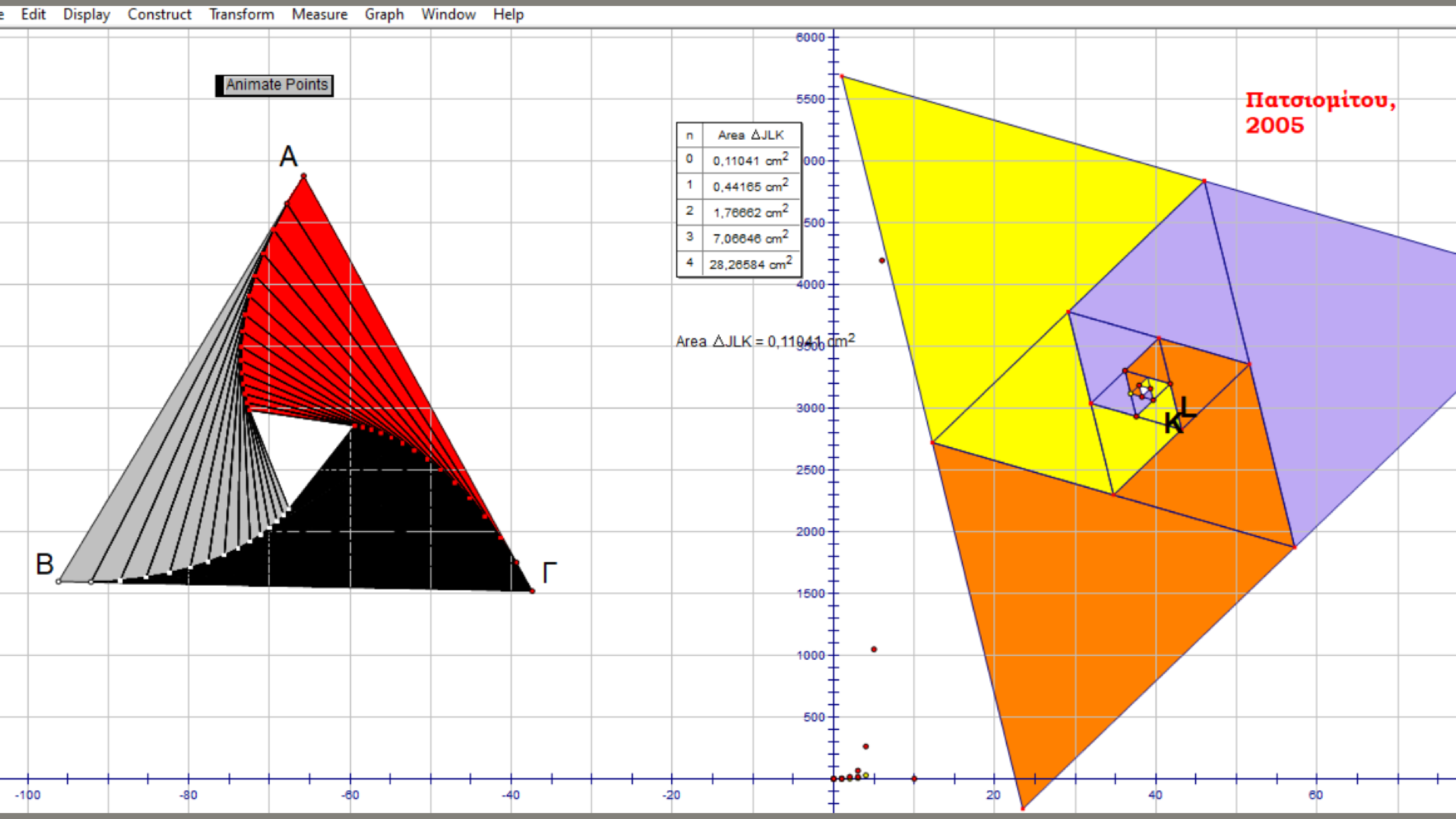

File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
Μεταφορά (Translation)
A': (-15,11, 3,00)
B': (-14,11, 5,00)
C': (-12,11, 2,00)
Original Triangle
A: (1,00, 3,00)
B: (2,00, 5,00)
C: (4,00, 2,00)
Πατσιομίτου,
2009
Οριζόντια μεταφορά
Animate Horizontal Translation
Hide Segments
Κατακόρυφη μεταφορά
Animate Vertical Translation
Show Objects
(a)
(b)
(c)
V
T


File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
Show Midpoint
Προσθήκη κίνησης σε σημείο
Hide Segments
Προσθήκη κίνησης σε σημείο
Hide Points
Show Point
Hide Intersection
Show Point
Hide Segments
Πατσιομίτου, 2009
B

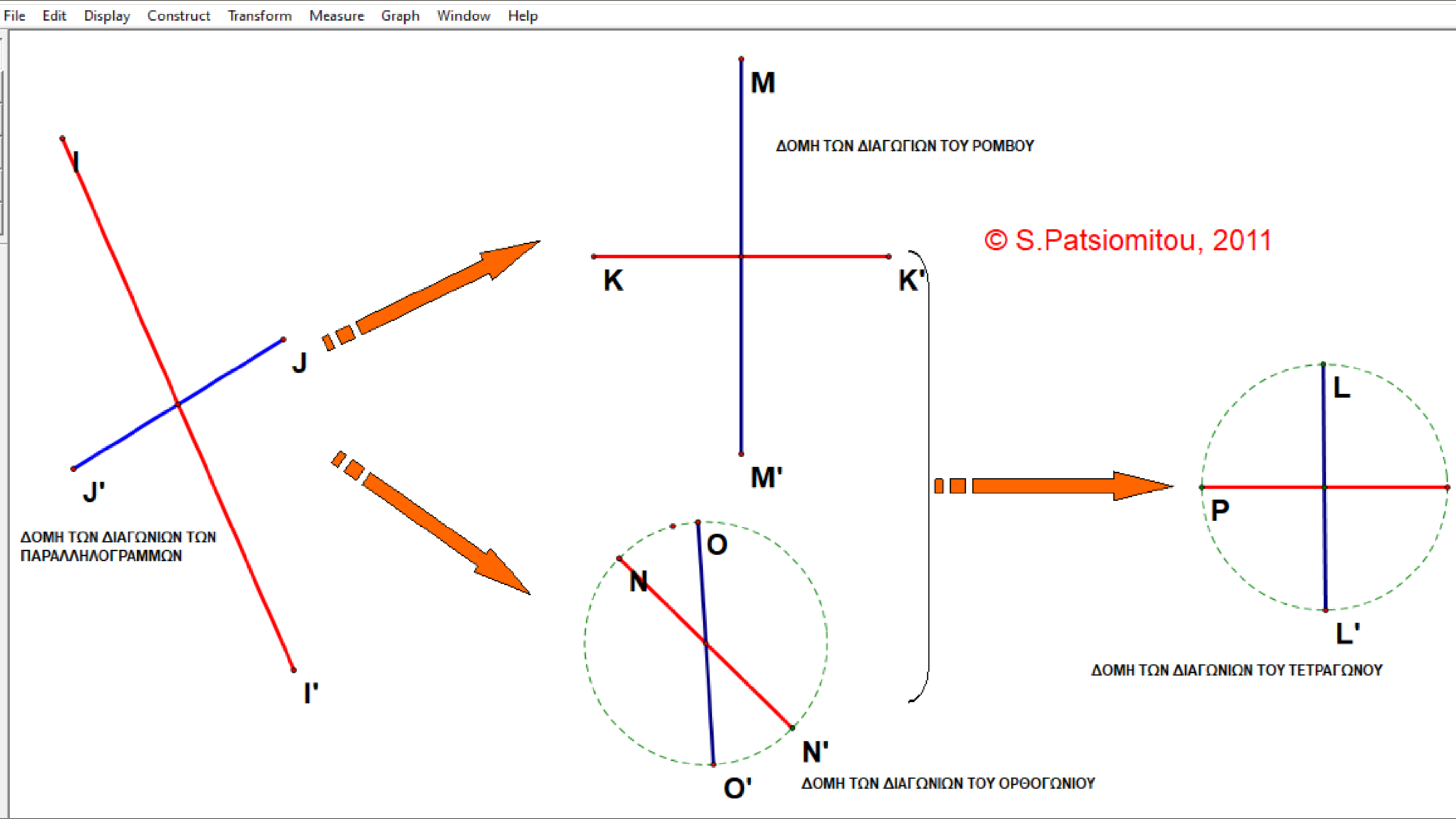

File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
Αυξομείωση με συντελεστή αυξομείωσης (Dilation in the Origin)
Origianl Figure
A: (5,00, 1,00)
B: (3,09, 4,69)
C: (7,00, 2,00)
A': (2,50, 0,50)
B': (1,54, 2,34)
C': (3,50, 1,00)
Πατσιομίτου, 2009
Hide Dilation Factor 0.5
Hide Dilation Factor 2
Show Dilation Factor -0.5
Hide Segments
Hide Segments
A': (10,00, 2,00)
B': (6,18, 9,38)
C': (14,00, 4,00)
Area P'1 = 1,16 cm2
Area P'1 = 18,57 cm2
(Area P'1) / (Area P'1) = 16,00
Area P1 = 4,64 cm2
Area P'1 = 18,57 cm2
Hide Area Measurements
Hide Measurements

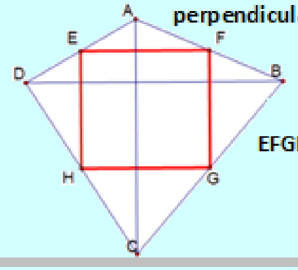

File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
A': (-4,00, 4,00)
B': (-4,00, 2,00)
C': (-1,00, 2,00)
D': (-1,00, 3,00)
E': (-3,00, 3,00)
F': (-3,00, 4,00)
Περιστροφή κατά γωνία 90ο
Hide Segments
Περιστροφή κατά γωνία 180ο
Show Segments
Original Figure
A: (4,00, 4,00)
B: (2,00, 4,00)
C: (2,00, 1,00)
D: (3,00, 1,00)
E: (3,00, 3,00)
F: (4,00, 3,00)
Πατσιομίτου, 2009
Escher
Ο μετασχηματισμός της περιστροφής είναι ο γεωμετρικός μετασχηματισμός που ορίζεται από ένα σημείο Ο καλούμενο κέντρο περιστροφής και μία γωνία α, γνωστή ως γωνία περιστροφής.
Show Parallel Line
A' F' E' D' B' C' B A E F C D
H K I' J' O


Περιστροφή (Rotation)
A: (0,00, 6,00)
B: (-2,00, 2,00)
C: (4,00, 3,00)
Show Coord
R
Πατσιομίτου,
2009
Γωνία περιστροφής = 105,03°
m∠C'AC = 105,03°
Hide Segments
A
B
C
C'
A'
B'
Κέντρο Περιστροφής
Move Σ -> Θ
Move Σ -> H
Β
Δ



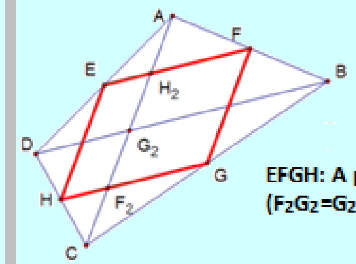
Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
Animate Points
A
B
Γ
n | Area △JLK
0 | 0,11041 cm²
1 | 0,44165 cm²
2 | 1,76662 cm²
3 | 7,06646 cm²
4 | 28,26584 cm²
Area △JLK = 0,11041 cm²
Πατσιομίτου, 2005
K
L


File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
M
ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΔΙΑΓΩΓΙΩΝ ΤΟΥ ΡΟΜΒΟΥ
© S.Patsiomitou, 2011
I
K
K'
J
J'
M'
L
P
L'
ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ
O
N
I'
N'
O'
ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΩΝ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ
ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΩΝ ΤΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ



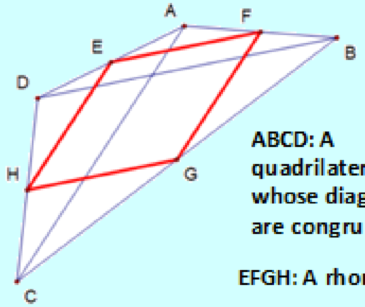
ABCD: a quadrilateral whose diagonals are perpendiculars

EFGH: a rectangle



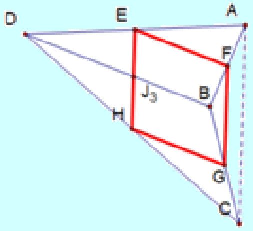
ABCD:A sliding kite- A quadrilateral whose one diagonal bisects the other

EFGH: A parallelogram ($F_2G_2=G_2H_2$)



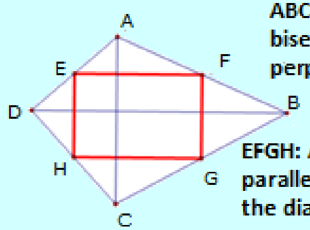
ABCD: A quadrilateral whose diagonals are congruent

EFGH: A rhombus



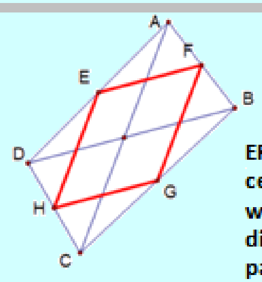
ABCD: A non-convex quadrilateral whose diagonals are congruent (AC=BD)

EFGH: A rhombus



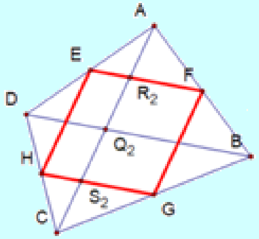
ABCD : A kite -One diagonal bisects the other and are perpendiculars

EFGH: A rectangle whose two parallel sides are symmetrical by the diagonal which is peprendicular to and bisects the other diagonal



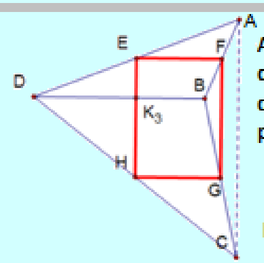
ABCD: A quadrilateral whose diagonals bisect each other (a parallelogram)

EFGH: A parallelogram whose centre of symmetry coincides with the point at which the diagonals of the external parallelogram intersect



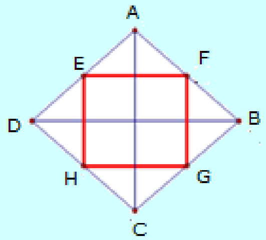
ABCD: A quadrilateral whose one diagonal bisect the other and are congruent $R_2Q_2 = Q_2S_2$

EFGH: A rhombus



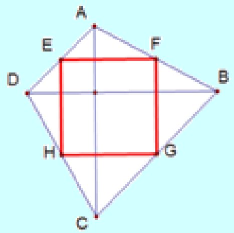
ABCD: A non-convex quadrilateral whose diagonals are perpendicular

EFGH: A rectangle



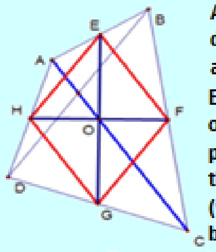
ABCD: A rhombus. The diagonals bisect each other and are perpendiculars

EFGH: A rectangle whose opposite sides are symmetrical by the diagonals of the external rhombus (which are the axes of symmetry)



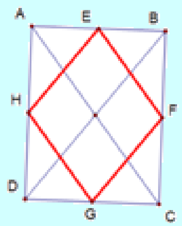
ABCD: A quadrilateral whose diagonals are orthogonal and congruent

EFGH: A square



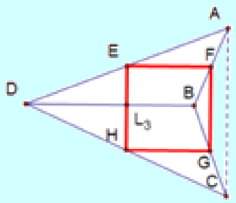
ABCD:A quadrilateral whose one diagonal bisects the other and are congruent

EFGH: A rhombus whose centre of symmetry coincides with the point at which the diagonal of the external quadrilateral (which bisects the other) also bisects the diagonals of rhombus



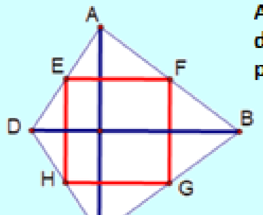
ABCD: A quadrilateral whose diagonals bisect each other and are congruent (a rectangle)

EFGH: A rhombus that has its center of symmetry at the intersection point of the diagonals and whose diagonals are pependicular lines to the sides of the rectangle



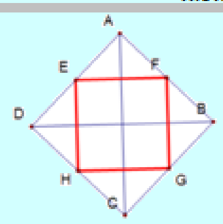
ABCD: A non-convex quadrilateral whose diagonals are congruenet and perpendicular

EFGH: A square



ABCD: A quadrilateral whose one diagonal bisects the other, are perpendicular and congruent

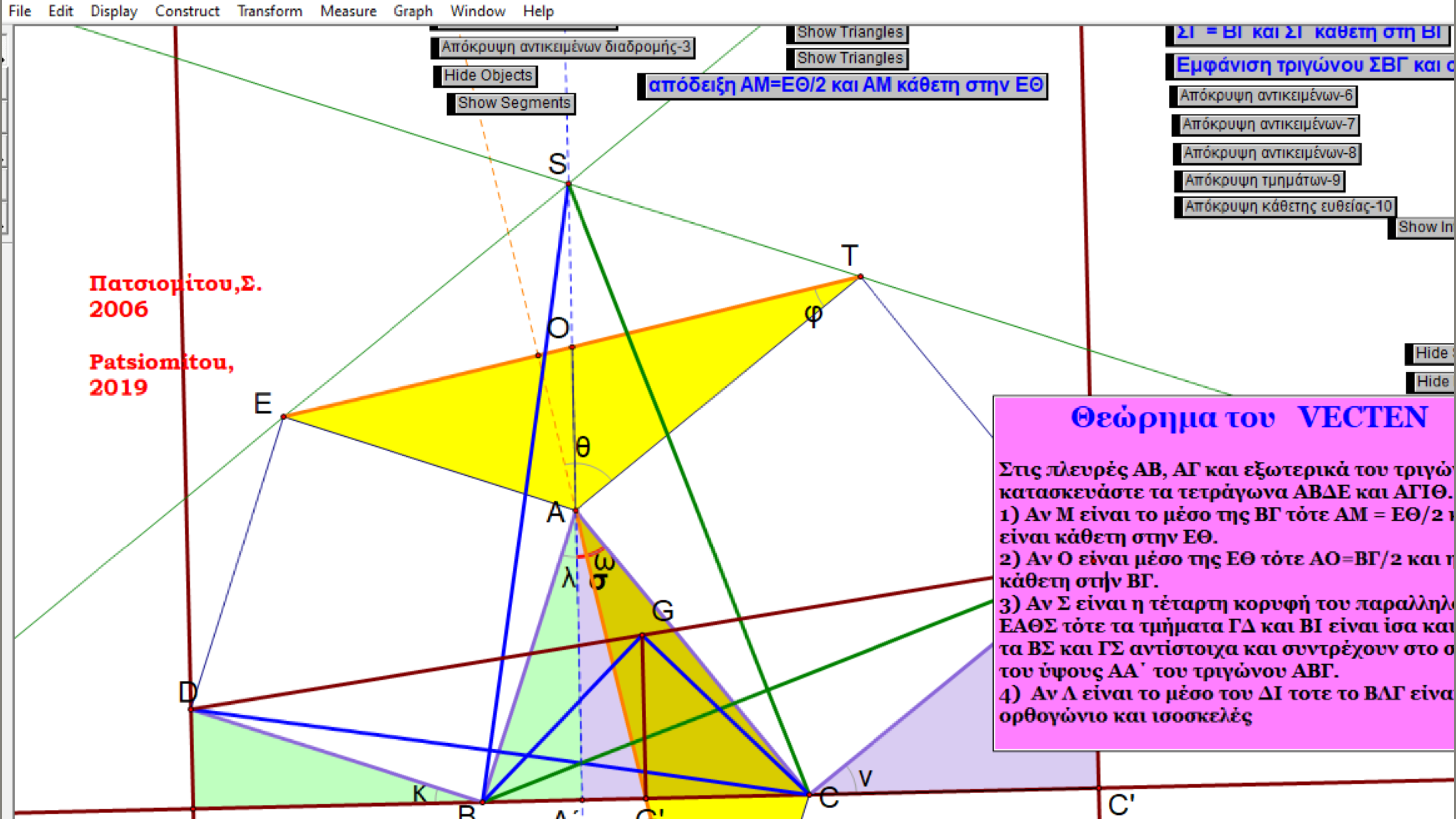
EFGH: A square whose two parallel sides are symmetrical by the diagonal which is perpendicular and

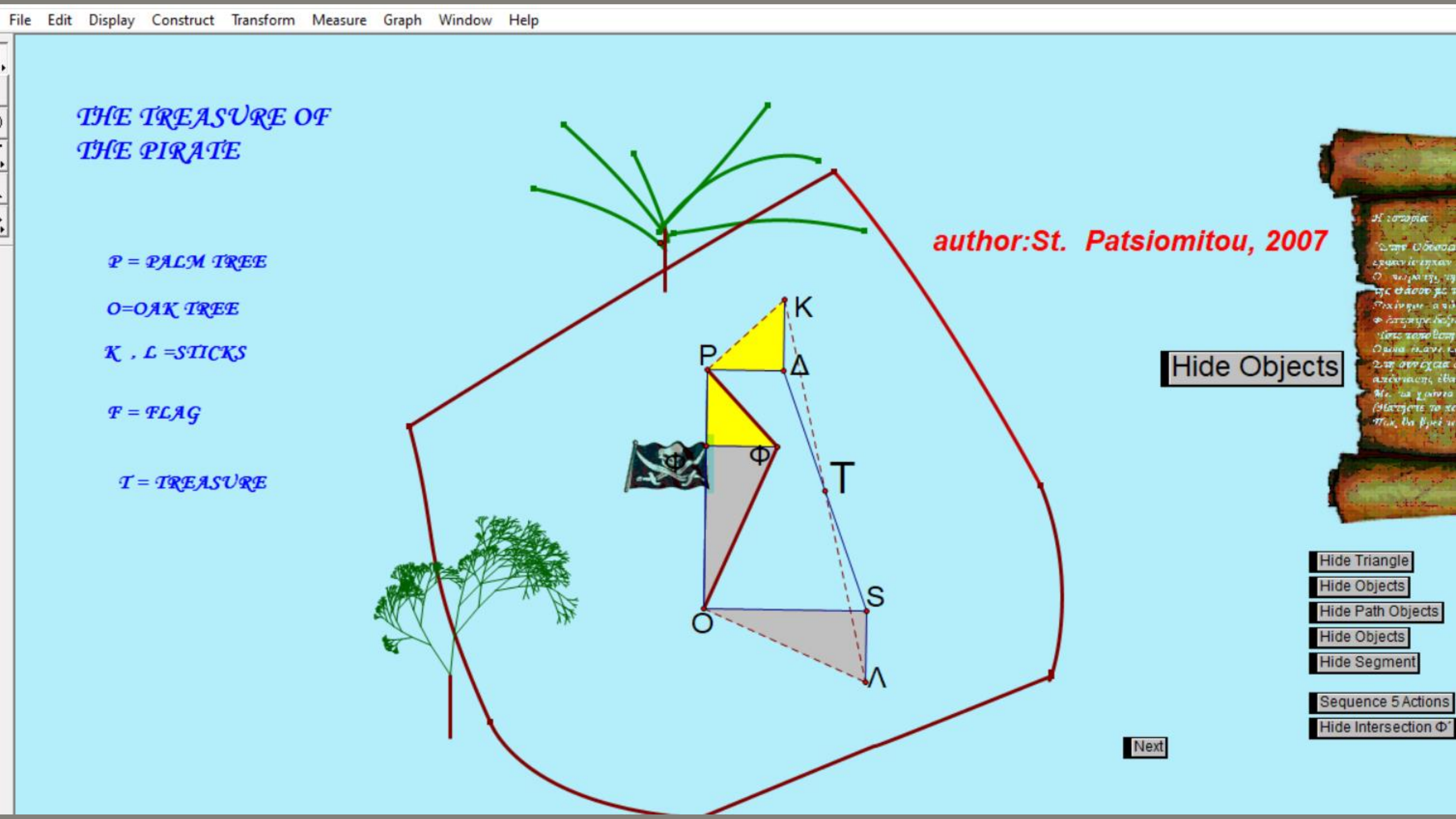


ABCD:A square

EFGH:A square whose the symmetry center coincides with the symmetry center of the external square

based on Graumann's (2005, p.194) "house of quadrilaterals"


File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
Απόκρυψη αντικειμένων διαδρομής-3
Hide Objects
Show Segments
Show Triangles
Show Triangles
απόδειξη ΑΜ=ΕΘ/2 και ΑΜ κάθετη στην ΕΘ
ΣΓ = ΒΓ και ΣΓ κάθετη στη ΒΓ
Εμφάνιση τριγώνου ΣΒΓ και
Απόκρυψη αντικειμένων-6
Απόκρυψη αντικειμένων-7
Απόκρυψη αντικειμένων-8
Απόκρυψη τμημάτων-9
Απόκρυψη κάθετης ευθείας-10
Show In
Hide
Hide
Πατσιομίτου,Σ. 2006
Patsiomitou, 2019
S
T
O
E
θ
φ
A
ω
λ
G
D
K
B
C
C'
v
Θεώρημα του VECTEN
Στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ και εξωτερικά του τριγώ
κατασκευάστε τα τετράγωνα ΑΒΔΕ και ΑΓΙΘ.
1) Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ τότε ΑΜ = ΕΘ/2
είναι κάθετη στην ΕΘ.
2) Αν Ο είναι μέσο της ΕΘ τότε ΑΟ=ΒΓ/2 και
κάθετη στην ΒΓ.
3) Αν Σ είναι η τέταρτη κορυφή του παραλληλ
ΕΑΘΣ τότε τα τμήματα ΓΔ και ΒΙ είναι ίσα και
τα ΒΣ και ΓΣ αντίστοιχα και συντρέχουν στο
του ύψους ΑΑ΄ του τριγώνου ΑΒΓ.
4) Αν Λ είναι το μέσο του ΔΙ τοτε το ΒΛΓ είνα
ορθογώνιο και ισοσκελές


File Edit Display Construct Transform Measure Graph Window Help
THE TREASURE OF THE PIRATE
P = PALM TREE
O=OAK TREE
K , L =STICKS
F = FLAG
T = TREASURE
author:St. Patsiomitou, 2007
Hide Objects
K
P
Δ
Φ
T
S
O
Λ
Hide Triangle
Hide Objects
Hide Path Objects
Hide Objects
Hide Segment
Sequence 5 Actions
Hide Intersection Φ'
Next

Δεν υπάρχει «*βασιλική ατραπός*» (Σταμάτης, 1975, σελ. 14).

ΕΡΓΑΛΕΙΑΚΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΜΟΝΟΠΑΤΙΑ (Patsiomitou, 2021)

- Είναι βέβαιο ότι το Πρόγραμμα Σπουδών αποτελεί ένα εντυπωσιακό ταξίδι, μια διαδρομή ανακατασκευών από το Νηπιαγωγείο στο Πανεπιστήμιο: διδακτέα ύλη και γενικοί σκοποί-ειδικότεροι στόχοι, μέθοδος και μέσα διδασκαλίας, τρόπος αξιολόγησης των μαθητών. Γράφοντας τον επίλογο, σκέφτηκα ότι θα είχα την ευκαιρία να συζητήσω για τη δυναμική γεωμετρία στην εκπαίδευση.
- Στη παρουσίαση συγκέντρωσα γνώση και εμπειρία από ερευνητικές μελέτες που διεξήγαγα, ώστε να χρησιμεύσει ως οδηγός για την αναμόρφωση ενοτήτων των Προγραμμάτων Σπουδών της Δευτεροβάθμιας και Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης: επιλογή του μαθηματικού περιεχομένου και κατάλληλη χαρτογράφηση του υλικού, ώστε να συμπεριλάβουμε το νέο και καινοτόμο,. Ευρύτερος στόχος, να σχεδιάσουμε μαθηματικές προσεγγίσεις με πειραματική-διερευνητική διάθεση. Θέλω να ελπίζω ότι Νέο ΠΣ θα ανοίξει μια πύλη μέσω της οποίας θα κερδίσουμε στην κατανόηση του σκοπού και της συνεισφοράς της δυναμικής γεωμετρίας στην εκπαίδευση, καθώς και τις κοινωνικοπολιτισμικές επιρροές που μπορεί να έχει η σωστή εφαρμογή της.
- Μερικές από αυτές τις τάσεις αφορούν την ίδια την έρευνα δράσης στην τάξη, τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μελών της, τις αλληλεπιδράσεις με το λογισμικό, τις αλληλεπιδράσεις και τους πολλούς και διαφορετικούς συνδυασμούς συνεργασίας μεταξύ των μελών όλης της σχολικής κοινότητας (μεταξύ εκπαιδευτικών, εκπαιδευτικών και Συμβούλων Εκπαίδευσης κ.ο.κ.).

- **Σύμφωνα με τον Ευάγγελο Σταμάτη (1975),** ***η δημιουργία της γεωμετρίας ως επιστήμης είναι αποκλειστικό έργο του ελληνικού πνεύματος*****. Τα Στοιχεία του Ευκλείδη δημιουργήθηκαν το 300 π.Χ. περίπου, από τον νεότερο στην Ακαδημία του Πλάτωνος Ευκλείδη, ο οποίος, όταν ρωτήθηκε από τον βασιλιά Πτολεμαίο αν υπάρχει «συντομοτέρα οδός για την εκμάθηση της γεωμετρίας», απάντησε ότι δεν υπάρχει «*****βασιλική ατραπός*****» (Σταμάτης, 1975, σελ. 14). Από την άλλη, η δυναμική γεωμετρία προσφέρει τη δυνατότητα** ***πολλαπλών δυναμικών ατραπών*** **για τη μάθηση και η κατανόηση των μαθηματικών δεν προκύπτει με την αποστήθιση της ορολογίας, των διαδικασιών και των αποδείξεων.**

Ενδεικτική βιβλιογραφία

- **Patsiomitou, S. (2019).** A Trajectory for the Teaching and Learning of the Didactics of Mathematics [using ICT]: Linking Visual Active Representations. Monograph. Published by Global Journal Incorporated. United States. (September 5, 2019). ISBN: 978-1-7340132-0-7. http://doi.org/10.34257/SPatTrajICT
- **Patsiomitou, S. (2019b).** Hybrid-dynamic objects: DGS environments and conceptual transformations. *International Journal for Educational and Vocational Studies.* Vol. 1, No. 1, May 2019, pp. 31-46. DOI: https://doi.org/10.29103/ijevs.v1i1.1416. Available online at http://ojs.unimal.ac.id/index.php/ijevs
- **Patsiomitou, S. (2019a).** From Vecten's Theorem to Gamow's Problem: Building an Empirical Classification Model for Sequential Instructional Problems in Geometry. *International Institute for Science, Technology and Education (IISTE): E-Journals. Journal of Education and Practice. Vol.10, No.5, pp.1-23. DOI: 10.7176/JEP/10-5-01*
- **Patsiomitou, S. (2018b).** An 'alive' DGS tool for students' cognitive development. *International Journal of Progressive Sciences and Technologies* (IJPSAT) ISSN: 2509-0119. Vol. 11 No. 1 October 2018, pp. 35-54.
  http://ijpsat.ijsht-journals.org/index.php/ijpsat/article/view/636
- **Patsiomitou, S. (2018a).** A dynamic active learning trajectory for the construction of number pi (π): transforming mathematics education. *International Journal of Education and Research. 6 (8) pp. 225-248.* http://www.ijern.com/journal/2018/August-2018/18.pdf
- **Patsiomitou, S. (2014).** Student's Learning Progression through Instrumental Decoding of Mathematical Ideas. *Global Journal of Computer Science and Technology*, Vol. 14 Issue 1,pp. 1-42. https://globaljournals.org/GJCST_Volume14/1-Students-Learning-Progression.pdf
- **Patsiomitou, S. (2013)** Students learning paths as 'dynamic encephalographs' of their cognitive development". *International journal of computers & technology* [Online], 4(3) (18 April 2013)
  https://doi.org/10.24297/ijct.v4i3.4207
- **Patsiomitou, S. (2012)** A Linking Visual Active Representation DHLP for student's cognitive development. *Global Journal of Computer Science and Technology*, Vol. 12 Issue 6, March 2012. pp. 53-81.
- **Patsiomitou, S. (2011)** Theoretical dragging: A non-linguistic warrant leading to dynamic propositions. In Ubuz, B (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 361-368. Ankara, Turkey: PME
- **Πατσιομίτου, Σ (2012).** *Η ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης μέσα από τη χρήση αλληλεπιδραστικών τεχνικών και μετασχηματισμών σε υπολογιστικό περιβάλλον: Συνδεόμενες Οπτικές Ενεργές Αναπαραστάσεις.* **Διδακτορική Διατριβή.** Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων (Δεκέμβριος 2012).
- **Πατσιομίτου, Σ. (2015b)** «Δυναμικός Διδακτικός κύκλος των Μαθηματικών μέσω Συνδεόμενων Οπτικών Ενεργών Αναπαραστάσεων». Καλές Πρακτικές και καινοτομία στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. *Περιοδικό ΕΡΚΥΝΑ, Έρκυνα, Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών–Επιστημονικών Θεμάτων.* Τεύχος 7ο, σσ. 70-86. ISSN:2241-8393
- **Πατσιομίτου, Σ. (2015a).** Η ηλεκτρονική τάξη (e-class) ως μέσο εκπαιδευτικού σχεδιασμού (instructional design), του διδασκόμενου αντικειμένου και οδηγός διαχείρισης του Προγράμματος Σπουδών. *Περιοδικό «Νέος Παιδαγωγός»*, 6ο τεύχος, σσ. 211-244 . ISSN: 2241-6781 (Η εργασία παρουσιάστηκε και στο Συνέδριο «Η εκπαίδευση την εποχή των ΤΠΕ», 7 Νοεμβρίου 2015, Ίδρυμα Ευγενίδου, Πρακτικά Συνεδρίου , σσ.700-738)
- **Πατσιομίτου, Σ. (2020α)** *Διδακτική των Μαθηματικών Ι: Συνδεόμενες Οπτικές Ενεργές Αναπαραστάσεις.* Εκδόσεις «Ανατολικός».Αθήνα ISBN: 978-618-5136-46-8 (215 σελίδες)