

Η διδασκαλία των μαθηματικών **σήμερα** με τη ματιά των νέων (**αυριανών**) Προγραμμάτων Σπουδών

Σ.Ε. Γ Αθήνας

Ημερίδα «Μετασχηματίζοντας την εκπαίδευση των
Μαθηματικών: Νέα Προγράμματα Σπουδών»

Σεπτέμβριος 2023

Κώστας Στουραΐτης

Δρ Διδακτικής των Μαθηματικών

Σύμβουλος Α ΙΕΠ

περιεχόμενο παρουσίασης

στοιχεία των νέων ΠΣ που αφορούν και το σήμερα

έχουν εισαχθεί την τελευταία δεκαετία

και υπάρχουν σε ισχύοντα ΠΣ, οδηγίες κλπ

δομή παρουσίασης

- παραδοχές και αφετηρία – γιατί διδάσκουμε μαθηματικά
- μαθηματικό περιεχόμενο
- μαθηματικός συλλογισμός
- μαθηματική δραστηριότητα και πρακτικές
- επιλογή έργων και διαχείριση στην τάξη
- διαφοροποίηση / συμπερίληψη
- αξιολόγηση
- συναισθηματική διάσταση

ο ρόλος των εκπαιδευτικών

Το ΠΣ για τους/τις εκπαιδευτικούς: επιστήμονες και επαγγελματίες ικανοί/ές **να σχεδιάζουν τη διδασκαλία τους** και να λαμβάνουν αποφάσεις για την εξέλιξή της, με βάση τα σύγχρονα ερευνητικά δεδομένα και τις ιδιαίτερες συνθήκες της τάξης τους.

γιατί διδάσκουμε μαθηματικά;

Τα Μαθηματικά στο παρόν ΠΣ γίνονται αντιληπτά ως ανθρώπινο δημιούργημα που μπορεί να προσφέρει σε **όλους/-ες** τους/τις μαθητές/-τριες τις γνώσεις και τα εργαλεία ώστε να γίνουν **ενεργοί, χειραφετημένοι και κριτικοί πολίτες του αύριο**, που θα είναι σε θέση να λειτουργούν δυναμικά και αποτελεσματικά τόσο ως **άτομα** όσο και ως μέλη μιας συνεχώς μεταβαλλόμενης **κοινωνίας**.

γιατί διδάσκουμε μαθηματικά;

- μαθηματικός γραμματισμός:
 - να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό περιβάλλον με τα μαθηματικά ως εργαλείο,
 - να ερμηνεύει τον τρόπο που τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται για τη λήψη αποφάσεων
- προετοιμασία για σπουδές/επάγγελμα (ΓΕΛ/ΕΠΑΛ)

γιατί διδάσκουμε μαθηματικά;

- μαθηματικός γραμματισμός (PISA):

Ο μαθηματικός γραμματισμός είναι η ικανότητα ενός ατόμου να διατυπώνει, να εφαρμόζει και να ερμηνεύει τα μαθηματικά σε διάφορα πλαίσια. Περιλαμβάνει το μαθηματικό συλλογισμό και τη χρήση μαθηματικών εννοιών, διαδικασιών, γεγονότων και εργαλείων για την περιγραφή, την εξήγηση και την πρόβλεψη φαινομένων. Βοηθά τα άτομα να αναγνωρίσουν τον ρόλο που διαδραματίζουν τα μαθηματικά στον κόσμο και να κάνουν τις τεκμηριωμένες κρίσεις και να παίρνουν τις βάσιμες αποφάσεις που απαιτούνται από εποικοδομητικούς, συμμετοχικούς και σκεπτόμενους πολίτες.

ΒΗΜΑΤΙΣΜΟΣ

γιατί διδ

- μαθηματ



Στην παραπάνω φωτογραφία βλέπετε τις πατημασιές κάποιου άνδρα. Η απόσταση από τη φτέρνα της μιας πατημασιάς μέχρι τη φτέρνα της άλλης αποτελεί το μήκος ενός βήματος, το οποίο ονομάζουμε P.

Ο βηματισμός των ανδρών εκφράζεται από τον τύπο, $\frac{v}{P} = 140$. Ο τύπος δείχνει κατά προσέγγιση την σχέση ανάμεσα στο v και στο P, όπου

v = το πλήθος των βημάτων που κάνει ένας άνδρας ανά λεπτό, και

P = το μήκος σε μέτρα (m) του βήματος του άνδρα.

Ερώτηση 1: ΒΗΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο Γιάννης κάνει 70 βήματα ανά λεπτό. Ποιο είναι το μήκος του βήματός του; Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τύπο. Να γράψετε τους υπολογισμούς σας στον χώρο που ακολουθεί.

.....

μου να
σε
και τη
ργαλείων
νων.
είζουν τα
ρίσεις και

ς.

γιατί διδάσκουμε μαθηματικά;

- μαθηματικός γραμματισμός (ρεύμα κριτικής εκπαίδευσης):

έμφαση στην ενδυνάμωση και χειραφέτηση των μαθητών, εξάλειψη ανισοτήτων και περιορισμών

γιατί διδάσκουμε μαθηματικά;

- μαθηματικός γραμματισμός (ρεύμα κριτικής εκπαίδευσης):

Σενάριο 3: Πρόοδοι και Προβλήματα Συναλλαγών

Τάξη: Α' ΕΠΑΛ

Διάρκεια: 6 με 7 ώρες για το κεφάλαιο 5 που αφορά Προόδους.

Ιδέα: Το σενάριο στοχεύει να συζητήσει τη χρήση των εννοιών της ακολουθίας και της προόδου σε προβλήματα συναλλαγών με επιλογές, να προβληματοποιήσει τον ρόλο των μαθηματικών σε θεματικές οικονομικών συναλλαγών με πιστωτικούς οργανισμούς αλλά και να θίξει την επέκταση της χρήσης μαθηματικών σε θεματικές ανταλλακτικής οικονομίας.

Στην Πράξη: Οι διδακτικές δράσεις που προτείνονται μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο πλαίσιο διδασκαλίας επιμέρους θεμάτων, επανάληψης αλλά και επέκτασης αυτής της ενότητας.

ών, εξάλειψη

γιατί διδάσκουμε μαθηματικά;

A' Διδασκαλία

Διδακτικοί στόχοι:

- Να κατανοήσουν τα παιδιά τις διαφορές μεταξύ αριθμητικής και γεωμετρικής προόδου μέσω μικροπειραματικών διερευνήσεων και να προβληματοποιήσουν την σημασία των διαφορετικών επιλογών.
- Να συζητήσουν την θεματική των **οικονομικών συναλλαγών με πιστωτικούς οργανισμούς** μέσα από προβλήματα ανατοκισμού και ίσων καταθέσεων, να εγείρουν τους δικούς τους προβληματισμούς για το πως συζητάμε ζητήματα **κέρδους** και ζημίας και να περιγράψουν δικά τους προβλήματα με στόχο **την ενσυναίσθηση της κοινωνικής και οικονομικής πραγματικότητας** μέσα από την κατανόηση του ρόλου των μαθηματικών.
- Να ενημερωθούν για την **ανταλλακτική οικονομία ως αλληλέγγυα εναλλακτική** και για τον ρόλο που μπορούν να παίξουν τα μαθηματικά στην **αναδιοργάνωση** της τοπικής οικονομίας μέσα από την προσέγγιση του χρήματος ως κοινό αγαθό και την δημιουργία άτυπων μονάδων ανταλλαγής.

αίδευσης):

αθητών, εξάλειψη

μαθηματικό περιεχόμενο

- μετατόπιση της έμφασης στις έννοιες

παραδείγματα

- συναρτήσεις (αναπαραστάσεις – συνδέσεις ή όχημα για εξισώσεις),
- αλγεβρικές παραστάσεις (δημιουργία παράστασης - όχι μόνο μετασχηματισμός)
- στατιστική (επιλογή: μ.τ ή διάμεσος;)

έμφαση στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού

διαστάσεις μαθηματικού συλλογισμού

- γενίκευση από συγκεκριμένες περιπτώσεις (επαγωγικός συλλογισμός)
- αξιολόγηση μαθηματικών ισχυρισμών
- εξαγωγή συμπερασμάτων μέσω παραγωγικού συλλογισμού
- αναλογικός συλλογισμός π.χ. μεταφορά δομικής πληροφορίας
- συλλογισμός με εικόνες
- αξιολόγηση της σχέσης ενός μαθηματικού μοντέλου με μία ρεαλιστική κατάσταση
- δημιουργία συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων
- δημιουργία προβλέψεων σε στοχαστικές καταστάσεις

εμπλοκή των μαθητών σε μαθηματική δραστηριότητα

δραστηριότητα με μαθηματικό περιεχόμενο στην οποία αναπτύσσονται μαθηματικές πρακτικές:

- συλλογισμός – διερεύνηση και επιχειρηματολογία
- δημιουργία συνδέσεων
- μαθηματική επικοινωνία
- επιλογή και χρήση εργαλείων
- επίλυση προβλήματος
- μοντελοποίηση
- μεταγνωστική ενημερότητα

εμπλοκή των μαθητών σε μαθηματική δραστηριότητα

- επιλογή έργων – μαθηματικά έργα που επιτρέπουν τη μαθηματική δραστηριότητα
- διδακτική διαχείριση των έργων στην τάξη για την ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας

επιλογή και διαμόρφωση έργων

- έργα που συνδέονται με τις μαθηματικές πρακτικές
 - έχουν υψηλές γνωστικές απαιτήσεις,
 - πραγματικά/αυθεντικά πλαίσια,
 - μαθηματικές διεργασίες/πρακτικές
- παράδειγμα

Χρησιμοποιώντας σπέρτα κατασκευάζουμε ένα τετράγωνο (1^ο σχήμα) και κατόπιν προσθέτουμε δίπλα του άλλο ένα τετράγωνο (2^ο σχήμα), κι άλλο ένα τετράγωνο (3^ο σχήμα), κοκ.

α) Να βρείτε πόσα σπέρτα χρειάζονται για 4 τετράγωνα, για 10 τετράγωνα, για 57 τετράγωνα;



διδασκτική διαχείριση των έργων στην τάξη

διδασκτική διαχείριση που να υποστηρίζει την ανάπτυξη μαθηματικής δραστηριότητας **από τους μαθητές**

- δράσεις επικοινωνίας και αλληλεπίδρασης (συζητήστε σε ομάδες, συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας, κρίνετε την πρόταση της άλλης ομάδας)
- χρήση υλικών (διαφανές χαρτί, γεωμετρικά όργανα, ψηφιακά)
- επιχειρηματολογία (πως το σκέφτηκες; πώς το δικαιολογείς;)

[τετράπλευρα](#)

διαφοροποίηση, συμπερίληψη

αναγνώριση της ετερότητας, προσπάθεια συμπερίληψης

- «βοήθειες» και «επεκτάσεις» [ασκ γεωμ](#)
- γλώσσα φιλική, πολιτισμικά ευαίσθητη (πολυλεξικό, οργανωτής Frayer [πίνακας έννοιας](#))
- αξιοποίηση διαφορετικών προτιμήσεων (άλγεβρα/γεωμετρία στα απόλυτα)
- παροχή πολλαπλών «σημείων εισόδου» (αριθμητική ή άλγεβρα στα σπίρτα)

αξιολόγηση **για** τη μάθηση

- αξιολόγηση που ενημερώνει τη διδασκαλία (τον δάσκαλο) και τη μάθηση (τον μαθητή)
- άτυπα (παρατήρηση κατά την εξέλιξη του μαθήματος) ή τυπικά (τεστ, εκπόνηση και παρουσίαση εργασιών, διαγωνίσματα)
- παράδειγμα παρατήρησης (άξονες ή και ρουμπρίκα [παρ](#))
- παράδειγμα εργασίας ([συνθετική εργασία](#))

συναισθηματική διάσταση

- τα ΠΣ αναδεικνύουν την ανάγκη οι μαθητές να
 - αναπτύσσουν **θετικά κίνητρα**, **αυτοπεποίθηση**, εστίαση στις θετικές πτυχές των εμπειριών, **υπομονή** και **επιμονή** στην αντιμετώπιση οποιασδήποτε μαθηματικής κατάστασης,
 - εκτιμούν την **ομορφιά** και την κομψότητα των μαθηματικών,
 - αναπτύσσουν πνεύμα **περιέργειας** και **αγάπη** για τα μαθηματικά,
 - αναγνωρίζουν και διαχειρίζονται διαφορετικού τύπου, ποιότητας και έντασης **συναισθήματα** και το **άγχος** με τρόπο αποτελεσματικό για τους ίδιους και τη μάθηση,
 - ...
- προϋπόθεση το κλίμα ασφάλειας στην τάξη
 - εργασία σε **ομάδες**
 - **δικαίωμα** στην διατύπωση των απόψεων

ευχαριστώ

Έργο 2. Κάρτες με πολύγωνα (Α΄ Γυμνασίου, Γεωμετρία του Επιπέδου)

Στην εικόνα παρουσιάζονται διάφορα σχέδια πολυγώνων.

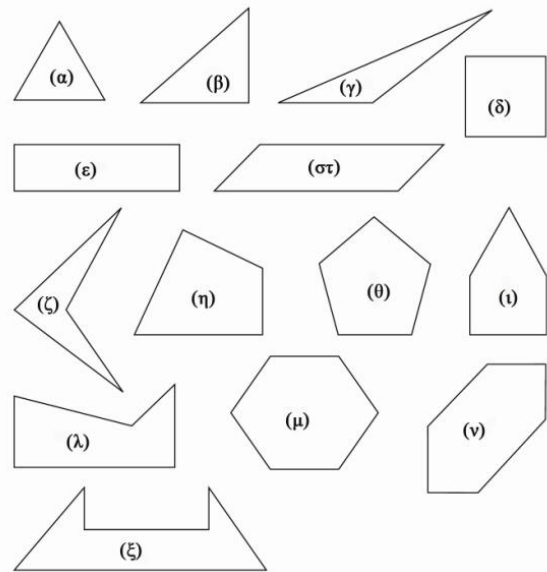
α) Χωρίστε τα σχήματα σε ομάδες με βάση κάποιο κοινό τους χαρακτηριστικό (ή αλλιώς, κριτήριο ταξινόμησης).

Μοιραστείτε τις ιδέες σας με τον διπλανό σας και διαμορφώστε από κοινού κριτήρια ταξινόμησης των πολυγώνων σε ομάδες.

Παρουσιάστε με συστηματικό τρόπο τα συμπεράσματά σας. Για παράδειγμα, **φτιάξτε λίστες ή διαγράμματα** ή πίνακες χαρακτηριστικών όπως, τρίγωνα- τετράπλευρα – όχι τετράπλευρα – σχήματα με ορθή γωνία - κανονικά- όχι κανονικά κ.τλ.. και εντάξτε σε αυτά το κάθε σχήμα.

Συζητείστε και καταγράψτε σε ένα φύλλο **τα επιχειρήματά σας** που εξηγούν τους λόγους για τους οποίους διαμορφώσατε τις συγκεκριμένες ομάδες και εντάξατε

το καθένα πολύγωνο σε κάποια από αυτές. **Παρουσιάστε στην ολομέλεια** τα συμπεράσματά σας και τον τρόπο που σκεφτήκατε.



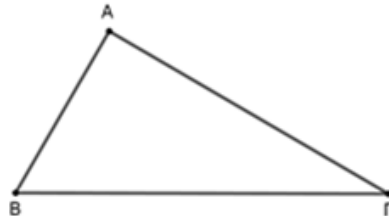
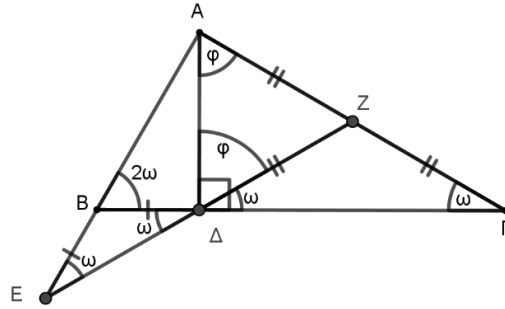
β) Δημιουργήστε με τον διπλανό σας έναν πίνακα με δύο στήλες. Δώστε τον τίτλο «κυρτό πολύγωνο» στη μία στήλη και τίτλο «όχι κυρτό πολύγωνο» στην άλλη στήλη. Εντάξτε τα σχήματα της εικόνας στις δυο αυτές κατηγορίες. Παρουσιάστε στην ολομέλεια τα συμπεράσματά σας και εξηγήστε ποιο χαρακτηριστικό των πολυγώνων της κατηγορίας «όχι κυρτό πολύγωνο» τα διαφοροποιεί από τα άλλα της κατηγορίας «κυρτό σχήμα».

Προσπαθήστε να σχεδιάσετε τέσσερα «όχι κυρτά» πολύγωνα με 2, 3, 4 και 5 πλευρές. Συζητείστε και εξηγήστε ποια από αυτά μπορούν να σχεδιαστούν και ποια όχι. Συνοψίστε και γενικεύστε τα συμπεράσματά σας.

γ) Ποιο ή ποια από τα πολύγωνα της προηγούμενης εικόνας θα χαρακτηρίζατε ως «**τετράπλευρο**»? Συζητείστε και προσδιορίστε **ποιο είναι το χαρακτηριστικό** της έννοιας «τετράπλευρο» και προσπαθήστε να γράψετε στο φύλλο σας έναν απλό ορισμό της. **Κοινοποιείστε στην ολομέλεια τον ορισμό που γράψατε** για την έννοια «τετράπλευρο».

Άσκηση

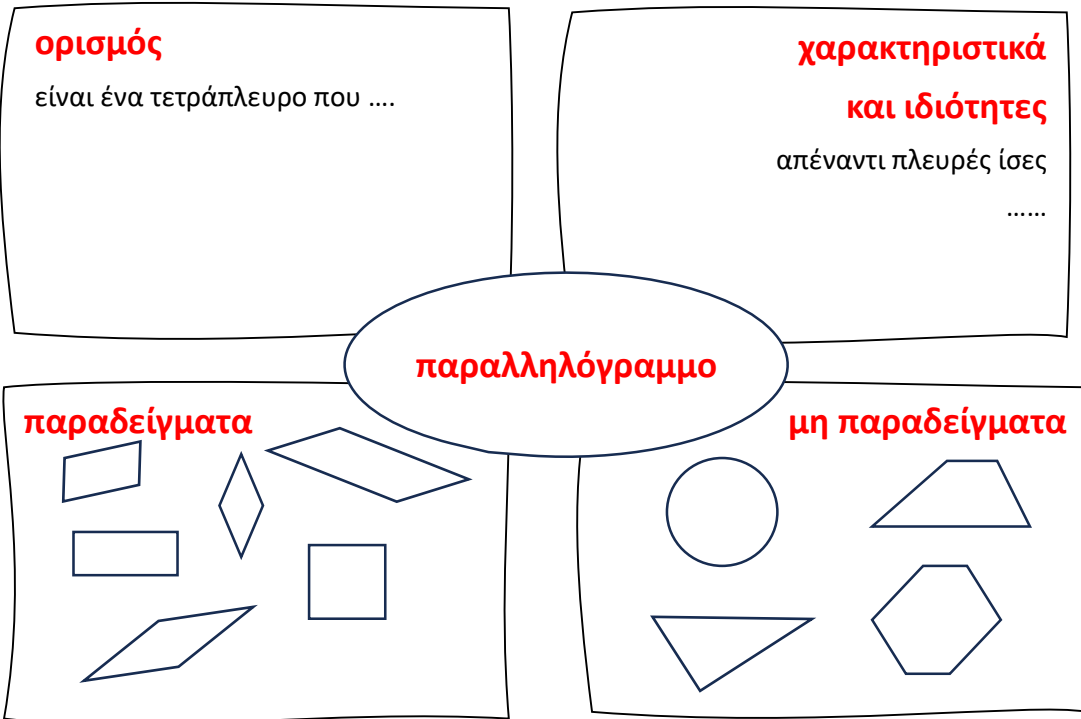
Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$. Φέρουμε το ύψος του $A\Delta$ και προεκτείνουμε την AB κατά τμήμα $BE=BA$. Ναδειχθεί ότι η $E\Delta$ διέρχεται από το μέσο Z της $A\Gamma$.



ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. Στο παραπάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει ότι η γωνία \hat{B} είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma}$.	
2. Φέρουμε το ύψος του $A\Delta$ και προεκτείνουμε την πλευρά AB (προς το B) κατά τμήμα $BE=BA$.	
3. Η ημιευθεία $E\Delta$ τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ στο σημείο Z . Ποια είναι η σχέση της γωνίας $\hat{Z\Delta\Gamma}$ με τη γωνία $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$;	
4. Τι είδους τρίγωνο είναι το $A\Delta Z$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.	
5. Ποια είναι η θέση του σημείου Z πάνω στην πλευρά $A\Gamma$.	
6. Διατύπωσε μια πρόταση που προκύπτει από το παραπάνω πρόβλημα σχετικά με τη διάμεσο του ορθογωνίου τριγώνου	

πίνακας έννοιας



Μια ρουμπρίκα παρατήρησης για ένα συγκεκριμένο μάθημα εμβαδών

Ομάδα _._	Μαθητής I	Μαθητής II	Μαθητής III	Μαθητής IV
Επεξεργασία σχήματος: εντοπισμός και καταγραφή επί μέρους σχημάτων				
Συσχέτιση σχημάτων με μεθόδους και τύπους (εμβαδού, μεγέθους γωνιών)				
Συζήτηση: διατύπωση και τεκμηρίωση άποψης – διάλογος και συζήτηση διαφορετικών εκδοχών και ερμηνειών				
Καταγραφή του τελικού σχήματος και συσχέτισή του με την αντίστοιχη μεθοδολογία επίλυσης				
Παρουσίαση της εργασίας με τεκμηρίωση και κατανοητό τρόπο				
Συζήτηση για τις όποιες επισημάνσεις στην ολομέλεια (ευκαταίο: πολλαπλές λύσεις)				

22	B Λυκ	Σχεδιασμός στίβου και τοποθέτηση σημείων εκκίνησης δρομέων	<p>Δίνεται στους μαθητές η εικόνα ενός υπό κατασκευή αδιαμόρφωτου στίβου ή αν είναι δυνατόν μεταβαίνουν οι μαθητές σε ένα στίβο προκειμένου να σχηματίσουν μια αντίληψη της ζητούμενης διαμόρφωσης. Δίνονται οι προδιαγραφές κατασκευής (επισυνάπτονται) και ζητείται από τους μαθητές να απαντήσουν χωρισμένοι σε ομάδες στα ερωτήματα:</p> <ul style="list-style-type: none">• Πως θα χαραχθεί η εσωτερική διαγράμμιση όταν η περίμετρος του είναι 400 μ και κάθε μία από τις δύο παράλληλες ευθύγραμμες διαδρομές είναι 100 μ ;• Πως θα χαραχθούν οι διαγραμμώσεις για 6 δρομείς ;
----	----------	---	--