

«Ψηφιακά σενάρια στα Νέα Προγράμματα Σπουδών»
Επιμορφωτική συνάντηση κλάδου ΠΕ03-ΠΕ03.50

13/12/2023

1^ο Γυμνάσιο Αγίων Αναργύρων

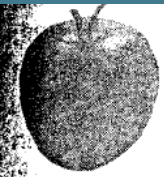
**Ψηφιακά σενάρια στα Νέα
Προγράμματα Σπουδών: Συμβολικές
και οπτικές συνδεόμενες ενεργές
αναπαραστάσεις στις
τριγωνομετρικές συναρτήσεις**

Δρ. Σταυρούλα Πατσιομίτου
Σύμβουλος Εκπαίδευσης Μαθηματικών
Δ.Δ.Ε. Γ' Αθήνας

Σχέδιο μαθήματος –Ψηφιακό σενάριο – Μαθησιακό Μονοπάτι ή μαθησιακή τροχιά διδασκαλίας

- Τι είναι σχέδιο μαθήματος;
- Τι διδακτικό σενάριο;
- Τι ψηφιακό σενάριο;
- Τι μαθησιακό μονοπάτι;
- Ποια τα κοινά στοιχεία τους και που διαφέρουν;

Σταυρούλα Πατσιομίτου



Planning Lessons

LINDA JENSEN

Jensen's "Lesson Planning" chapter serves as a guide for novice teachers who need to create formalized lesson plans. The chapter covers why, when, and how teachers plan lessons, as well as basic lesson plan principles and a lesson plan template. A sample lesson plan is provided in the context of a weekly overview, module overview, and course overview.

INTRODUCTION: DEFINITION OF A LESSON PLAN

All good teachers have some type of plan when they walk into their classrooms. It can be as simple as a mental checklist or as complex as a detailed two-page typed lesson plan that follows a pre-

our students. As previously mentioned, a lesson plan is also a record of what we did in class; this record serves as a valuable resource when planning assessment measures such as quizzes, midterms, and final exams. A record of previously taught lessons is also useful when we teach the same course again, so that we have an account of

- <https://www.princeton.edu/~pia/TEFL.pdf>

Strategies for Effective Lesson Planning

Stiliana Milkova

Center for Research on Learning and Teaching

A lesson plan is the instructor's road map of what students need to learn and how it will be done effectively during the class time. Before you plan your lesson, you will first need to identify the learning objectives for the class meeting. Then, you can design appropriate learning activities and develop strategies to obtain feedback on student learning. A successful lesson plan addresses and integrates these three key components:

- Objectives for student learning
- Teaching/learning activities
- Strategies to check student understanding

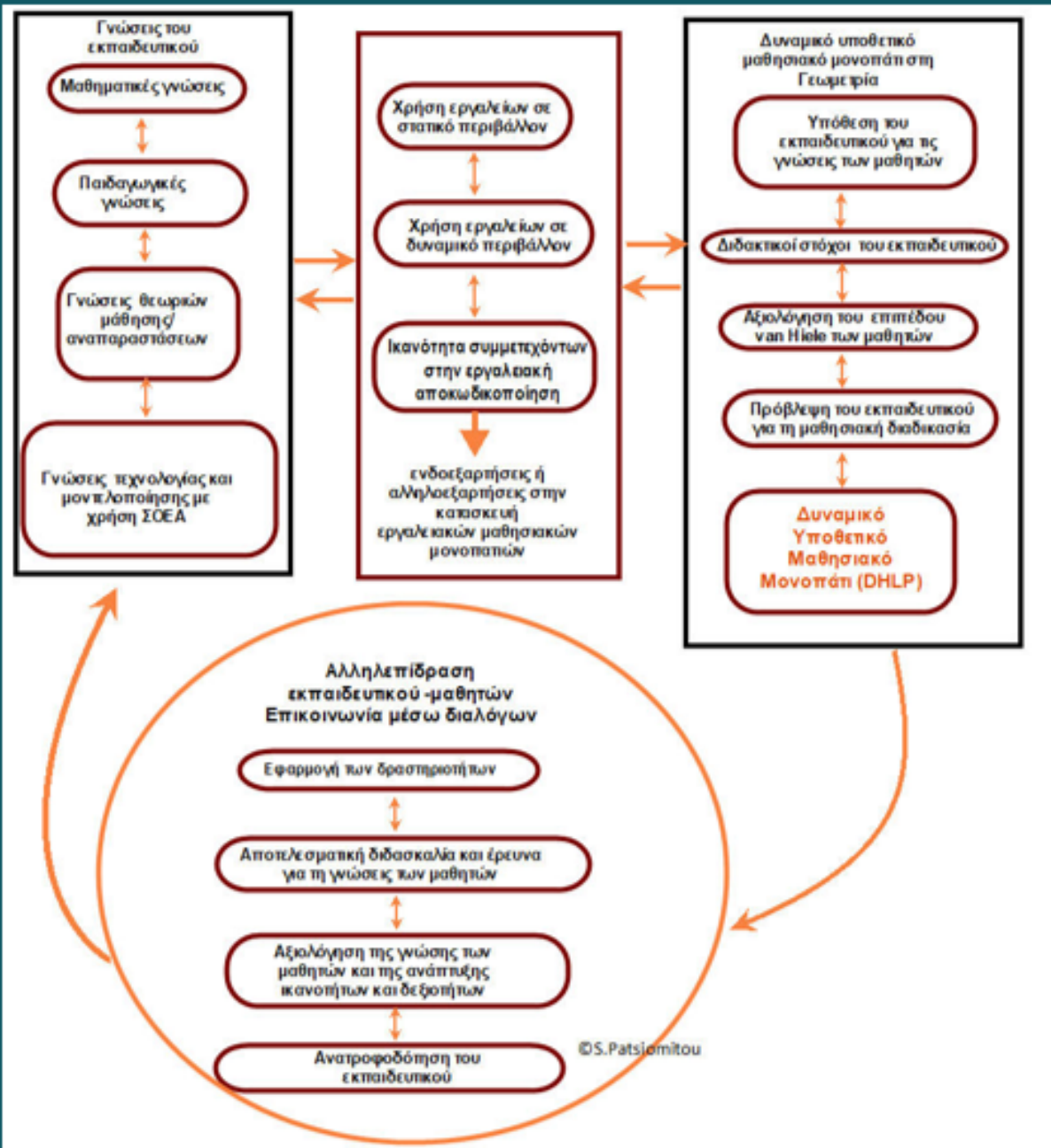
Specifying concrete objectives for student learning will help you determine the kinds of teaching and learning activities you will use in class, while those activities will define how you will check whether the learning objectives have been accomplished (see Fig. 1).

- https://sites.tufts.edu/teaching/files/2018/07/GSI_Guidebook_37-39.pdf

Σχέδιο μαθήματος με χρήση ψηφιακών μέσων ή Ψηφιακό σενάριο

Ένα ψηφιακό σενάριο μάθησης **αντιπροσωπεύει μια περιγραφή** που γίνεται a priori ή a posteriori μιας μαθησιακής κατάστασης σε ένα δεδομένο επίπεδο, με στόχο να εξασφαλιστεί η απόκτηση ενός ακριβούς συνόλου γνώσεων.

Κάθε σενάριο περιγράφει **τους ρόλους, τις δραστηριότητες, καθώς και τις πηγές γνώσης, τα εργαλεία και τις υπηρεσίες που είναι απαραίτητες στην εφαρμογή κάθε δραστηριότητας** (Lejeune, & Pernin, 2004, ό.α. στο Πατσιομίτου, 2022).



Υποθετικό μαθησιακό μονοπάτι

Και

ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Δυναμικός διδακτικός κύκλος των μαθηματικών με εργαλειακά μαθησιακά μονοπάτια (Patsiomitou, 2014, 2021a, σελ. 94, 2022).

Σταυρούλα Πατσιομίτου

- Η πρόταση για τη διαμόρφωση του ψηφιακού σεναρίου που ακολουθεί, περιέχεται στο ανοικτό μάθημα
- «**Χρήση Νέων Τεχνολογιών στη Διδασκαλία των Μαθηματικών**»

του ακαδημαϊκού εξαμήνου 2018, στο

Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών,
Πανεπιστήμιο Κρήτης

(<https://elearn.uoc.gr/course/info.php?id=1116>)

είσοδος ως επισκέπτης

Ψηφιακό σενάριο

ΜΑΘΗΜΑ-ΤΑΞΗ-ΕΝΟΤΗΤΑ-ΔΙΑΡΚΕΙΑ

- Σε ποια τάξη ανήκουν οι μαθητές /-τριες που θα διδάξετε; (Ηλικία μαθητών κατά προσέγγιση)
- Ποιο είναι το επίπεδο των μαθητών/-τριών; (π.χ. μέτριο, καλό, πολύ καλό, εξαιρετικά καλό)
- Ποια εποπτικά μέσα θα χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία σας; (βιντεοπροβολέας, διαδραστικός πίνακας, ψηφιακά βίντεο, εμπράγματο υλικό, γεωμετρικά όργανα στατικά και δυναμικά κ.λπ.)
- Ποιες είναι οι προαπαιτούμενες/ προϋπάρχουσες γνώσεις για τη διδασκαλία του μαθήματος; (γνώσεις που αφορούν τόσο το γνωστικό αντικείμενο όσο και την τεχνολογία που θα χρησιμοποιηθεί αν η διδασκαλία διεξαχθεί σε εργαστήριο)
- Χρονική διάρκεια διεξαγωγής της διδασκαλίας σας (1 ή δύο διδακτικές ώρες)
- Εντάσσεται η ενότητα που θα διδάξετε στο Πρόγραμμα σπουδών της τάξης;
- Πόσες είναι οι προβλεπόμενες ώρες από τις διδακτικές οδηγίες για τη διδασκαλία του μαθήματος ;
- Πόσο χρόνο θα χρειαστείτε για να ολοκληρώσετε τις δραστηριότητες;
- Ποια μεθοδολογία θα αξιοποιήσετε για τη διδασκαλία σας (π.χ. καθοδηγούμενη ανακάλυψη /επανεφεύρεση εννοιών με διαλογική συζήτηση κατά την διάρκεια του μαθήματος)
- Τι προετοιμασία κάνατε για τη διδασκαλία σας (π.χ. προγραμματισμός δραστηριοτήτων, πρόβλεψη απαιτούμενου χρόνου, ερωτήσεις που θα υποβάλλετε στους μαθητές)

Ε). Δομή του μαθήματος –Συνοπτική Περιγραφή

Ποια μέθοδο διδασκαλίας θα εφαρμόσετε; (π.χ. μαθητοκεντρική, μέθοδο διάλεξης, ανεστραμμένη μάθηση)

Γιατί εφαρμόζετε αυτή τη μέθοδο για την συγκεκριμένη ενότητα του γνωστικού αντικειμένου;

Το λογισμικό που θα χρησιμοποιήσετε ανήκει στα ανοικτά ή κλειστά περιβάλλοντα μάθησης;

Ποιο νόημα έχει η χρήση του εργαλείου αυτού για τη διδασκαλία των εννοιών;

Οι δραστηριότητες που χρησιμοποιούνται είναι οι ακόλουθες:

- 1η Δραστηριότητα (Αναφορά πηγής, ποιος τη σχεδίασε, ποιος ο σύνδεσμος ανάρτησης)
- 2η Δραστηριότητα (Αναφορά πηγής, ομοίως...)
-
- Μικροπείραμα στο Φωτόδεντρο (Αναφορά πηγής, σύνδεσμος)
-

Γιατί χρησιμοποιείτε αυτές τις δραστηριότητες; Πώς τις συνδέετε με τους στόχους που θέσατε;

Ταξινόμια του Bloom

Β) Περιγραφή Μαθήματος

- Γνωστικό αντικείμενο:.....
- Διδακτική Ενότητα:

Γ) Σκοπός –στόχοι

Ποιος είναι ο σκοπός αυτού του μαθήματος;

- Επιδιωκόμενοι γνωστικοί στόχοι
- Επιδιωκόμενοι συναισθηματικοί στόχοι
- Επιδιωκόμενοι ψυχοκινητικοί στόχοι

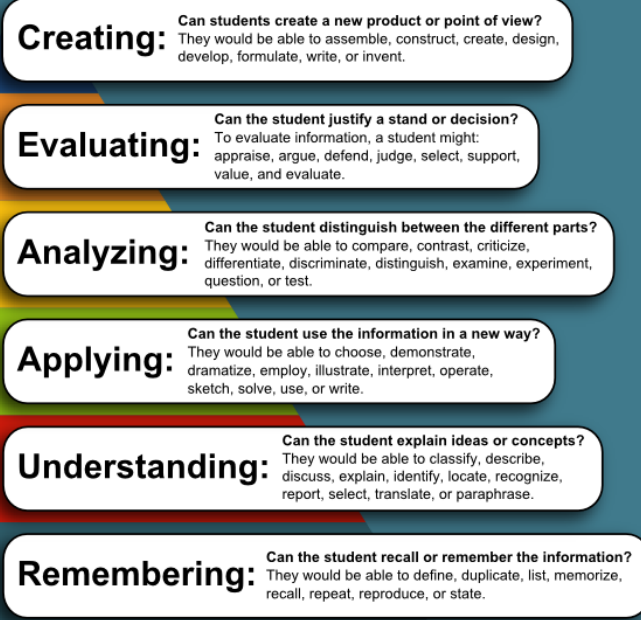
Δ). Μέσα διδασκαλίας

- Διαδραστικό πίνακα και εργαλεία πίνακα:
- Λογισμικό-
- Άλλα μέσα

Τα προβλήματα αυτά μπορούν να ξεπεραστούν σε ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, στο οποίο ο μαθητής αντιλαμβάνεται. Αυτό δεν συνεπάγεται ότι οι μαθητές πρέπει να σταματήσουν να χρησιμοποιούν τα παραδοσιακά εργαλεία για τις κατασκευές των διαγραμμάτων στα μαθηματικά, καθώς οι δεξιότητες που πρέπει να αναπτύξουν αφορούν τρεις τομείς: τον γνωστικό (cognitive), τον συναισθηματικό (affective) και τον ψυχοκινητικό (psychomotor), όπως περιγράφονται στην Ταξινόμια Γνωστικού Τομέα του Bloom (Bloom's Taxonomy of the Cognitive Domain) (Bloom, Englehart, Furst, Hill, & Krathwohl, 1956· Simpson, 1966).

- Ο **γνωστικός τομέας** αφορά τη γνώση και τις δεξιότητες που σχετίζονται με τη γνώση, επομένως τις νοητικές δεξιότητες· δηλαδή, την ικανότητα του μαθητή να ανακαλέσει τη γνώση, να ερμηνεύσει σχετικά ζητήματα με αυτά που έχει κατανοήσει και υπάρχουν στον νου του, ως προϋπάρχουσα γνώση, να συνθέσει έννοιες και να αξιολογήσει τις γνώσεις, όταν έχει αποκτήσει υψηλότερο επίπεδο δεξιοτήτων σκέψης.
- Ο **συναισθηματικός τομέας** έχει να κάνει με τα ενδιαφέροντα, τη διάθεση, τις επιθυμίες, καθώς και τις στάσεις και συμπεριφορές του ατόμου.
- Ο **ψυχοκινητικός τομέας** δίνει έμφαση σε κινητικές δεξιότητες που αφορούν τη διαχείριση υλικών και αντικειμένων ή κάποια δράση η οποία απαιτεί συνδυασμό κινήσεων, αντιληπτικές ικανότητες, αισθητική διέγερση κ.λπ.
- (ο.α. στο **Πατσιομίτου, 2020γ**)

Bloom's Taxonomy



https://courses.dcs.wisc.edu/design-teaching/PlanDesign_Fall2016/2-Online-Course-Design/2_Learning-Objectives-Alignment/6_objectives_blooms-taxonomy.html

BLOOM'S TAXONOMY DIGITAL PLANNING VERBS					
REMEMBERING	UNDERSTANDING	APPLYING	ANALYZING	EVALUATING	CREATING
Copying	Annotating	Acting out	Calculating	Arguing	Blogging
Defining	Tweeting	Articulate	Categorizing	Validating	Building
Finding	Associating	Reenact	Breaking Down	Testing	Animating
Locating	Tagging	Loading	Correlating	Scoring	Adapting
Quoting	Summarizing	Choosing	Deconstructing	Assessing	Collaborating
Listening	Relating	Determining	Linking	Criticizing	Composing
Googling	Categorizing	Displaying	Mashing	Commenting	Directing
Repeating	Paraphrasing	Judging	Mind-Mapping	Debating	Devising
Retrieving	Predicting	Executing	Organizing	Defending	Podcasting
Outlining	Comparing	Examining	Appraising	Detecting	Wiki Building
Highlighting	Contrasting	Implementing	Advertising	Experimenting	Writing
Memorizing	Commenting	Sketching	Dividing	Grading	Filming
Networking	Journaling	Experimenting	Deducing	Hypothesizing	Programming
Searching	Interpreting	Hacking	Distinguishing	Measuring	Simulating
Identifying	Grouping	Interviewing	Illustrating	Moderating	Role Playing
Selecting	Inferring	Painting	Questioning	Posting	Solving
Tabulating	Estimating	Preparing	Structuring	Predicting	Mixing
Duplicating	Extending	Playing	Integrating	Rating	Facilitating
Matching	Gathering	Integrating	Attributing	Reflecting	Managing
Bookmarking	Exemplifying	Presenting	Estimating	Reviewing	Negotiating
Bullet-pointing	Expressing	Charting	Explaining	Editorializing	Leading

<https://www.teachthought.com/learning/what-is-blooms-taxonomy/>



Μελέτη τριγωνομετρικών συναρτήσεων

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Αλ.Σρ.10.10. Ορίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας μεταξύ 0° και 360° με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και των αξόνων των εφαπτομένων και συνεφαπτομένων.

Αλ.Σρ.10.11. Αποδεικνύουν τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες

$$(\epsilon\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x},$$

$$\sigma\phi x = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x},$$

$\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$) αξιοποιώντας τον τριγωνομετρικό κύκλο

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Αλ.Σρ.11.1. Ορίζουν το ακτίνιο ως μονάδα μέτρησης τόξων και γωνιών και συνδέουν ακτίνια και μοίρες.

Αλ.Σρ.11.2. Αντιστοιχίζουν τους πραγματικούς αριθμούς στα σημεία του τριγωνομετρικού κύκλου και ορίζουν τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις.

Αλ.Σρ.11.3. Με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου συνδέουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ενός πραγματικού αριθμού

- Ορισμός του ακτινίου ως μονάδας μέτρησης τόξων – γωνιών και απεικόνιση των πραγματικών αριθμών στον τριγωνομετρικό κύκλο με τη βοήθεια κατάλληλου αρχείου λογισμικού, π.χ. <https://www.geogebra.org/m/knzfkNgW>

- Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών διαφόρων τόξων με αναγωγή στο $1o$ τεταρτημόριο, χρησιμοποιώντας τις συμμετρίες.

- Έργα που μελετούν περιοδικά φαινόμενα, αναγνώριση

Αλ.Σρ.11.4. Διερευνούν τις ιδιότητες των τριγωνομετρικών συναρτήσεων με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και σχεδιάζουν τις γραφικές τους παραστάσεις.

Αλ.Σρ.11.5. Μοντελοποιούν περιοδικά φαινόμενα με χρήση τριγωνομετρικών συναρτήσεων.

Αλ.Σρ.11.6. Επιλύουν τριγωνομετρικές εξισώσεις της μορφής $\eta\mu x = \alpha$, $\sigma\upsilon\nu x = \alpha$, $\epsilon\phi x = \alpha$ και $\sigma\phi x = \alpha$, με

- Χρήση του τριγωνομετρικού κύκλου για τη λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων και ανισώσεων και γεωμετρική ερμηνεία των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια των σχετικών γραφικών παραστάσεων.

Τίτλος: Ο τριγωνομετρικός κύκλος

Ο τριγωνομετρικός κύκλος

Τριγωνομετρικός κύκλος

ΑΡΧΗ

Ο κύκλος (Κ,ΚΑ) έχει ακτίνα 1 και λέγεται μοναδιαίος κύκλος. Σύρετε τον κύκλο από το κέντρο του Κ και τοποθετήστε τον έτσι, ώστε να ταυπιστεί το Κ με την αρχή Ο των αξόνων. Κατόπιν σύρετε το σημείο Μ έτσι, ώστε να βρεθεί πάνω στον κύκλο. Έτσι έχουμε τον τριγωνομετρικό κύκλο. Δώστε στον δρομέα ω διάφορες τιμές.

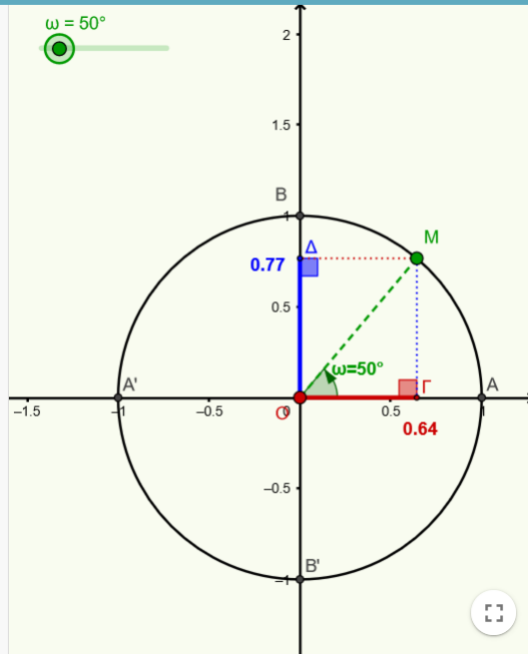
• Ποιοι είναι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω σε κάθε περίπτωση;

Ορισμός ημίτονου-συνημίτονου

Ορισμός εφαπτομένης

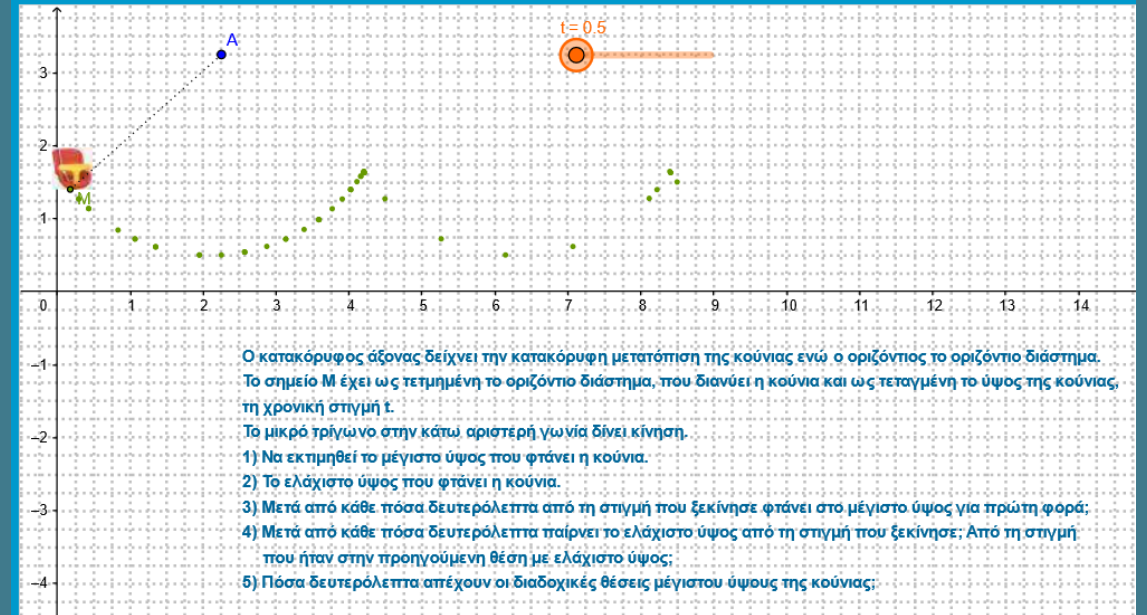
$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho}$ και επειδή $\rho = 1$, $\eta\mu\omega = y = \text{τεταγμένη του } M$.
 $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho}$ και επειδή $\rho = 1$, $\sigma\upsilon\nu\omega = x = \text{τετμημένη του } M$.

Ερώτηση: Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το ημίτονο και το συνημίτονο μιας γωνίας;



Τίτλος: Περιοδικές συναρτήσεις - Η κούνια

Περιοδικές συναρτήσεις - Η κούνια



Ο κατακόρυφος άξονας δείχνει την κατακόρυφη μετατόπιση της κούνιας ενώ ο οριζόντιος το οριζόντιο διάστημα. Το σημείο Μ έχει ως τετμημένη το οριζόντιο διάστημα, που διανύει η κούνια και ως τεταγμένη το ύψος της κούνιας, τη χρονική στιγμή t. Το μικρό τρίγωνο στην κάτω αριστερή γωνία δίνει κίνηση.

- 1) Να εκμηθεί το μέγιστο ύψος που φτάνει η κούνια.
- 2) Το ελάχιστο ύψος που φτάνει η κούνια.
- 3) Μετά από κάθε πόσα δευτερόλεπτα από τη στιγμή που ξεκίνησε φτάνει στο μέγιστο ύψος για πρώτη φορά;
- 4) Μετά από κάθε πόσα δευτερόλεπτα παίρνει το ελάχιστο ύψος από τη στιγμή που ξεκίνησε; Από τη στιγμή που ήταν στην προηγούμενη θέση με ελάχιστο ύψος;
- 5) Πόσα δευτερόλεπτα απέχουν οι διαδοχικές θέσεις μέγιστου ύψους της κούνιας;

Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται **περιοδική**, όταν υπάρχει πραγματικός αριθμός $T > 0$ τέτοιος, ώστε για κάθε $x \in A$ να ισχύει:

$$i) \quad x + T \in A, x - T \in A$$

και

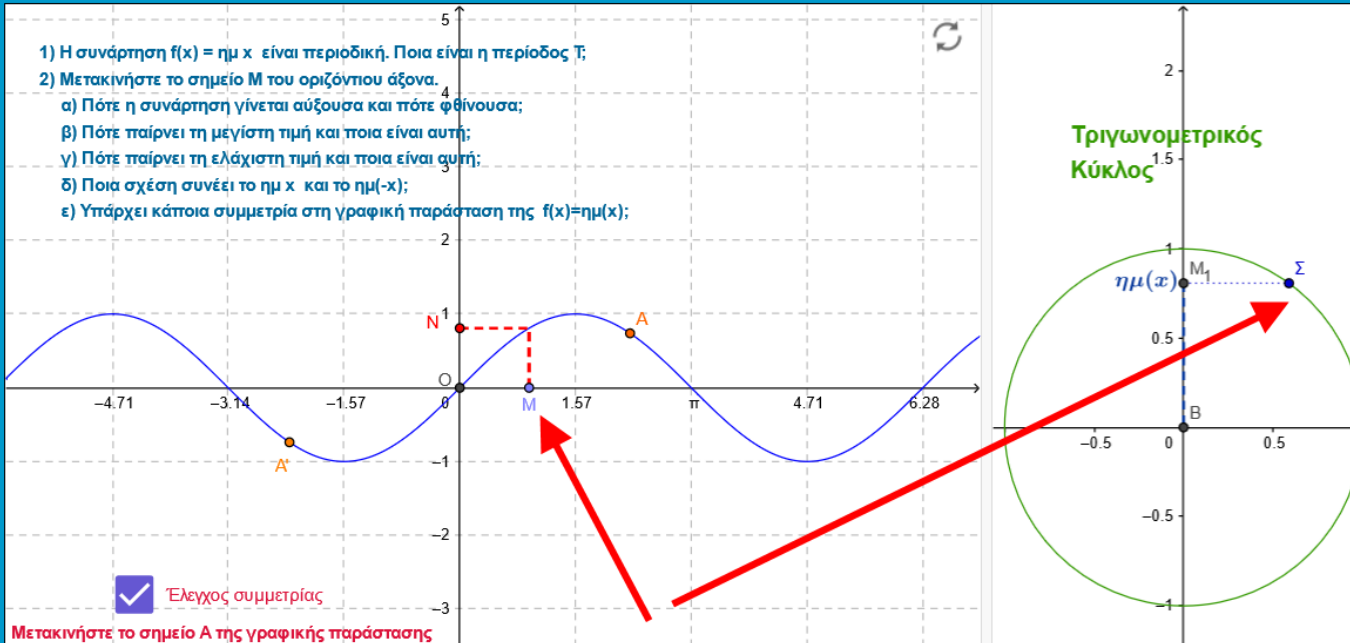
$$ii) \quad f(x + T) = f(x - T) = f(x)$$

Ο πραγματικός αριθμός T λέγεται **περίοδος** της συνάρτησης f.

Τίτλος: Μελέτη της συνάρτησης $f(x)=\eta\mu x$

Μελέτη της συνάρτησης $f(x)=\eta\mu x$

- 1) Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι περιοδική. Ποια είναι η περίοδος T ;
- 2) Μετακινήστε το σημείο M του οριζόντιου άξονα.
 - α) Πότε η συνάρτηση γίνεται αύξουσα και πότε φθίνουσα;
 - β) Πότε παίρνει τη μέγιστη τιμή και ποια είναι αυτή;
 - γ) Πότε παίρνει τη ελάχιστη τιμή και ποια είναι αυτή;
 - δ) Ποια σχέση συνδέει το $\eta\mu x$ και το $\eta\mu(-x)$;
 - ε) Υπάρχει κάποια συμμετρία στη γραφική παράσταση της $f(x)=\eta\mu(x)$;



Μελέτη της συνάρτησης $f(x)=\sigma\upsilon\eta x$

<https://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5167>

Μελέτη της συνάρτησης $f(x)=\eta\mu x$

Σχεδίαση από τους μαθητές μετά την ανατροφοδότηση από την πειραματική διαδικασία

Σταυρούλα Πατσιομίτου

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 2\eta\mu(\pi + 2x)$ με $a > 0$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = (a + 2)\eta\mu 2x$.

(Μονάδες 5)

β)

i. Αν η μέγιστη τιμή της f είναι 4, να δείξετε ότι $a = 2$.

(Μονάδες 5)

ii. Να βρείτε την περίοδο της f .

(Μονάδες 5)

γ) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου.

(Μονάδες 5)

δ) Αν $g(x) = 5 - \sigma\upsilon\nu^2 2x$, να βρείτε, αν υπάρχουν, τα κοινά σημεία της C_f με την C_g , όπου C_f, C_g οι γραφικές παραστάσεις των f, g αντίστοιχα.

(Μονάδες 5)

Θ. 15422 της Τ.Θ.Δ.Δ.

ΛΥΣΗ

α) Είναι: $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 2\eta\mu(\pi + 2x) = a\eta\mu 2x + 2\eta\mu 2x = (a + 2)\eta\mu 2x$.

β)

i. Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης f καθορίζεται από το συντελεστή $a + 2$.

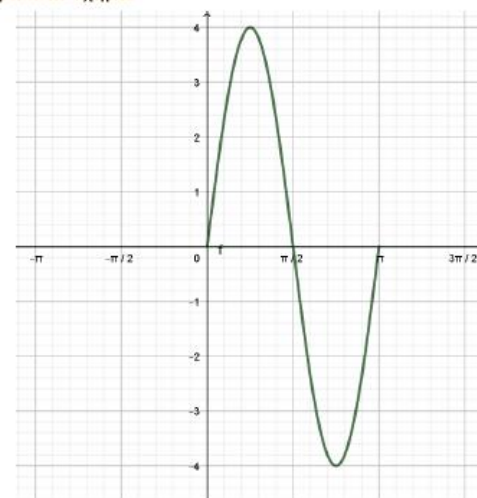
Πρέπει δηλαδή $a + 2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$.

ii. Η περίοδος $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

γ) Η γραφική παράσταση της $f(x) = 4\eta\mu 2x$ στο διάστημα $[0, \pi]$, βάσει του παρακάτω πίνακα:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$4\eta\mu 2x$	0	4	0	-4	0

δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



δ) Για να βρούμε τις τετμημένες των κοινών σημείων των δύο γραφικών παραστάσεων λύνουμε την εξίσωση:

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow 4\eta\mu 2x = 5 - \sigma\upsilon\nu^2 2x \Leftrightarrow 4\eta\mu 2x = 5 - (1 - \eta\mu^2 2x) \Leftrightarrow \\ &\eta\mu^2 2x - 4\eta\mu 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow (\eta\mu 2x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \eta\mu 2x = 2 \text{ αδύνατη.} \end{aligned}$$

Αφού η παραπάνω εξίσωση είναι αδύνατη, δεν υπάρχουν σημεία τομής των δύο γραφικών παραστάσεων.



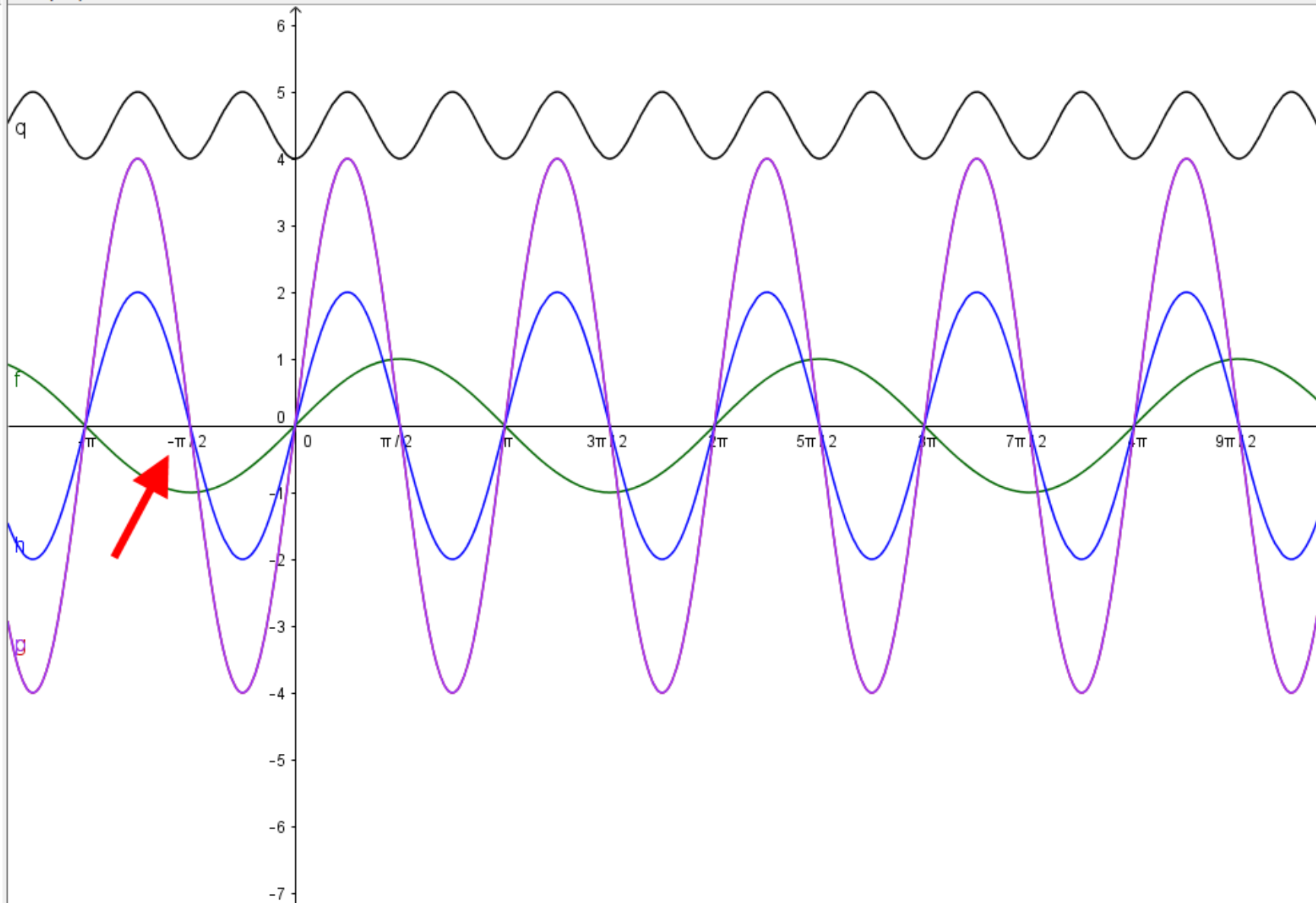
Αλγεβρα

Συνάρτηση

- $f(x) = \eta\mu(x)$
- $g(x) = 4 \eta\mu(2x)$
- $h(x) = 2 \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$
- $p(x) = 2 \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 2 \eta\mu(\pi + 2x)$
- $q(x) = 5 - \sigma\upsilon\nu^2(2x)$

Stavroula Patsiomitou
Σταυρούλα Πατσιομίτου

Γραφικά



Ο κατάλληλος σχεδιασμός συνδεδεμένων σελίδων στο λογισμικό, στηρίζεται σε λειτουργίες του λογισμικού, ως σύζευξη χωρογραφικού και θεωρητικού πεδίου.

*Οι μαθητές, αναπτύσσουν τη φαντασία τους, τη δομή των επιχειρημάτων, διάφορα είδη συλλογισμού, λογικές δομές, την ικανότητα μετατροπής και επεξεργασίας μεταξύ των διαφορετικών μητρώων καθώς οικοδομούν τις προσωπικές τους αναπαραστάσεις για τις μαθηματικές έννοιες, την κατανόηση και την ανταλλαγή των ιδεών τους στις μαθηματικές συζητήσεις. Ακόμα, αναπτύσσουν **δυναμική οπτικοποίηση, καθώς και διορατικότητα που τους βοηθά να διατυπώσουν τη λύση του προβλήματος** (Πατσιομίτου, 2012, 2020).*

Ενδεικτική Βιβλιογραφία

- Πατσιομίτου, Σ. (2020γ). Διδακτική και Διδασκαλία των Μαθηματικών: Από τη θεωρία στην πράξη με χρήση λογισμικών. Εκδόσεις Αγγελάκη. Αθήνα. ISBN: 978-960-616-155-1 (325 σελίδες)

Το βιβλίο διανέμεται δωρεάν ηλεκτρονικά, μέσω διαδικτύου στον ακόλουθο σύνδεσμο

- <https://www.academia.edu/43795275/>

Πατσιομίτου, Σ. (2021). Εργαλειακά μαθησιακά μονοπάτια στο Geogebra. Εκδόσεις Αγγελάκη. Αθήνα. ISBN:978-960-616-193-3

Το βιβλίο διανέμεται δωρεάν ηλεκτρονικά, μέσω διαδικτύου στον ακόλουθο σύνδεσμο

- <https://www.academia.edu/46858220/>

- Πατσιομίτου, Σ. (2022). *Εννοιολογικές και εργαλειακές διαδρομές με συνδεδεμένες οπτικές ενεργές αναπαραστάσεις στο Geometer's Sketchpad*. Εκδόσεις Κλειδάριθμος. ISBN: 978-960-645-302-1.

αναρτημένο στο Σύστημα "Εύδοξος"

- <https://service.eudoxus.gr/search/#a/id:112691124/0>