



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Connect

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Η έννοια του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους
και η γραφική επίλυσή του

Φεβρουάριος, 2022

ΕΛΛΑΔΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	1
1. Επισκόπηση Σεναρίου.....	2
2. Χρονοδιάγραμμα	4
3. Διδακτικό Σενάριο.....	7
Φάση Α΄ (πριν το μάθημα) – Ασύγχρονη εξ αποστάσεως μάθηση.....	7
Φάση Β΄ (κατά τη διάρκεια του μαθήματος)- Εκ του σύνεγγυς διδασκαλία (Σύγχρονη).....	9
Φάση Γ΄ (Μετά το μάθημα) – Εξ αποστάσεως μάθηση (Ασύγχρονη).....	12
4. Φύλλα Εργασίας.....	12
Φύλλο Εργασίας 1 για την 1η φάση (Ετερόχρονη μάθηση)	12
Φύλλο Εργασίας 2 για τη 2η φάση (1η διδακτική ώρα εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας).....	12
Φύλλο Εργασίας 3 για τη 2η φάση (2η διδακτική ώρα εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας).....	12
5. Εναλλακτικές/Παραλλαγές του σεναρίου	13
6. Αναστοχασμός.....	13
6. Βιβλιογραφικές Αναφορές	14

1. Επισκόπηση Σεναρίου

Μάθημα: Μαθηματικά

Φορέας: Περιφερειακή Διεύθυνση Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης Αττικής

Συντελεστές: Γληνού Αικατερίνη, Κόσυβας Γεώργιος

Θέμα: Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του

Μαθητές/τριες που απευθύνεται: Μαθητές/τριες 15 ετών.

Τάξη: Γ΄ τάξη του Γυμνασίου.

Προτεινόμενη διάρκεια

Εκ του σύνεγγυς διδασκαλία: 90 λεπτά συνολικά (2 διδακτικές ώρες),

Εξ αποστάσεως Ασύγχρονη Διδασκαλία : 60 λεπτά συνολικά.

Εργαλεία και Υλικά:

Υποδομές/Συσκευές κ.τ.λ: Για την υλοποίηση του σεναρίου απαιτούνται: α) Για την εκ του σύνεγγυς διδασκαλία: Να υπάρχει δυνατότητα χρήσης της αίθουσας Πληροφορικής για την πρώτη διδακτική ώρα της εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας. Σε περίπτωση που υπάρχει κώλυμα για τη χρήση της αίθουσας Πληροφορικής, χρειάζεται να υπάρχει στην αίθουσα διδασκαλίας, βιντεοπροβολέας και σταθερός υπολογιστής ή laptop ή tablet καθώς και οπτικό ποντίκι με επαρκή εμβέλεια, ώστε να μπορούν να το χειριστούν οι μαθητές/τριες από τα θρανία τους. Επιθυμητή αλλά όχι αναγκαία είναι η ύπαρξη διαδραστικού πίνακα. Επίσης θα πρέπει στις αίθουσες να υπάρχει πίνακας μαρκαδόρου και μαρκαδόροι διαφόρων χρωμάτων. Στον υπολογιστή της αίθουσας διδασκαλίας ή στους υπολογιστές της αίθουσας Πληροφορικής καλό είναι να έχει εγκατασταθεί το πρόγραμμα Geogebra και απαραίτητη είναι η σύνδεση στο διαδίκτυο. β) Για την εξ αποστάσεως διδασκαλία οι μαθητές/μαθήτριες, όπως και ο/η εκπαιδευτικός πρέπει να διαθέτουν laptop, tablet ή σταθερό υπολογιστή και σύνδεση στο διαδίκτυο.

Ψηφιακά εργαλεία: Χρήση των google forms, Geogebra, Power point και του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης ή του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου του παρόχου internet. Η γνώση της χρήσης της e-me ή κάποιας άλλης παρόμοιας πλατφόρμας τηλεκπαίδευσης είναι αναγκαία για τους/τις εκπαιδευτικούς για τη δημιουργία του διαδραστικού βίντεο και για τη δημιουργία του τελικού τεστ αξιολόγησης.

Άλλα υλικά: Φύλλα εργασίας, το τετράδιο του μαθητή, χαρτί μιλιμετρέ, χάρακες, μολύβια, γόμες, το εγκεκριμένο βιβλίο των μαθηματικών της Γ΄ τάξης.

Μαθησιακά Αποτελέσματα

Όσον αφορά στα γραμμικά συστήματα, ή έννοια της γραμμικής εξίσωσης, η αναπαράστασή της ως ευθεία, η γραφική παράσταση και η επίλυση του συστήματος βοηθούν τους μαθητές να προσδώσουν νόημα στο σύστημα και τη λύση του. Με τη βοήθεια της ψηφιακής τεχνολογίας οι μαθητές αναμένεται να κατανοούν τις πολλαπλές αναπαραστάσεις των συστημάτων γραμμικών εξισώσεων καθώς και τις συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων (λεκτική εκφώνηση, αλγεβρικός τύπος,

πίνακας τιμών, γραφική παράσταση). Επιπλέον, οι μαθητές αναμένεται να συνδέσουν το πλήθος των λύσεων ενός γραμμικού συστήματος με τις σχετικές θέσεις των δύο ευθειών που το αποτελούν. Οι αλγεβρικές μέθοδοι επίλυσης υπερέχουν των γραφικών στην ακρίβεια και τη γενικότητα, αλλά δεν παραβλέπεται η διδακτική αξία της γραφικής παράστασης και της γραφικής επίλυσης του συστήματος.

Γενικός στόχος: Οι μαθητές/τριες να αναπτύξουν την αλγεβρική σκέψη και την κατανόησή τους μέσα από τη μελέτη του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και της γραφικής επίλυσής του.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα:

Οι μαθητές/μαθήτριες να είναι σε θέση:

- Να γνωρίζουν τι λέγεται γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.
- Να ελέγχουν τότε ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους είναι γραμμικό.
- Να περιγράφουν και να ελέγχουν τότε ένα διατεταγμένο ζεύγος αριθμών αποτελεί λύση του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.
- Να λύνουν γραφικά γραμμικά συστήματα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.
- Να εκτιμούν και να εξηγούν τότε το γραμμικό σύστημα έχει μοναδική λύση, τότε είναι αδύνατο και τότε είναι Αόριστο.
- Να κατασκευάζουν το γραμμικό σύστημα που αναπαριστά απλό πρόβλημα.
- Να ερμηνεύουν και να εξάγουν συμπεράσματα μελετώντας τις ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις του γραμμικού συστήματος.

Ύπτιες Δεξιότητες που θα αναπτυχθούν:

- Συνεργασία σε ομάδες.
- Κριτική σκέψη.
- Δημιουργικότητα.
- Επίλυση προβλήματος.
- Ψηφιακές δεξιότητες.

Προαπαιτούμενες γνώσεις:

Οι μαθητές/τριες πρέπει να γνωρίζουν:

- Τι λέγεται γραμμική εξίσωση με δύο αγνώστους.
- Πότε ένα διατεταγμένο ζεύγος αριθμών αποτελεί λύση της γραμμικής εξίσωσης.
- Πότε μια γραμμική εξίσωση της μορφής $ax+by=\gamma$ παριστάνει ευθεία.
- Τη διαδικασία για να σχεδιάσουν μια γραμμική εξίσωση με δύο αγνώστους σε σύστημα συντεταγμένων.

Γενική περιγραφή του σεναρίου

Η εκπόνηση του εκπαιδευτικού σεναρίου βασίζεται στα μοντέλα της μικτής μάθησης και της αντεστραμμένης τάξης και εκτυλίσσεται σε τρεις διακριτές φάσεις. Η πρώτη φάση αφορά ετερόχρονη εξ αποστάσεως διδασκαλία όπου χρησιμοποιείται το μοντέλο της ανεστραμμένης τάξης. Στη δεύτερη φάση στο σενάριο προβλέπονται δύο διδακτικές ώρες εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας με συνολική διάρκεια ενενήντα (90

λεπτά και στην τρίτη φάση προβλέπεται η αξιολόγηση της μάθησης των μαθητών/τριών οι οποίοι/ες συμπληρώνουν εξ αποστάσεως ένα τεστ αξιολόγησης της μάθησης. Οι δύο φάσεις ετερόχρονης εξ αποστάσεως διδασκαλίας (1^η και 3^η) προβλέπεται να έχουν συνολική διάρκεια περίπου εξήντα (60) λεπτά συνολικά.

Κατά τη διδασκαλία οι μαθητές/τριες εργάζονται ομαδοσυνεργατικά και υποστηρίζονται από τους συμμαθητές/τριες τους και τον/την εκπαιδευτικό. Για την 1^η ετερόχρονη εξ αποστάσεως διδασκαλία οι μαθητές/τριες ειδοποιούνται μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου για το τι πρέπει να μελετήσουν και να ετοιμάσουν ως εργασία για την τάξη. Στόχος της 1^{ης} ετερόχρονης εξ αποστάσεως διδασκαλίας είναι οι μαθητές/τριες να μελετήσουν στο σπίτι μέρος της θεωρίας ώστε να εμπλακούν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία και να επιτευχθεί αποδοτικότερη διαχείριση του διδακτικού χρόνου στην εκ του σύνεγγυς διδασκαλία.

2. Χρονοδιάγραμμα

Φάσεις διδασκαλίας Χρονική διάρκεια	Σκοποί/Στόχοι	Περιγραφή	Υλικά/Εργαλεία
Φάση Α΄ Ασύγχρονη Συνολική διάρκεια 45΄ 1^η εργασία: 30΄ 2^η εργασία : 10΄ 3^η εργασία : 5΄	<p>Οι μαθητές/τριες να:</p> <ul style="list-style-type: none">• Ορίζουν το γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.• Περιγράφουν και ελέγχουν πότε ένα διατεταγμένο ζεύγος αριθμών αποτελεί λύση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.• Έχουν μια πρώτη επαφή με το γραμμικό σύστημα με μοναδική λύση, το αδύνατο και το αόριστο γραμμικό σύστημα.	<p>Εργασία 1 Οι μαθητές/τριες μελετούν ένα διαδραστικό βίντεο για την έννοια του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και τη γραφική επίλυση του και απαντούν στις ερωτήσεις που αναδύονται κατά την παρακολούθησή του.</p> <p>Εργασία 2 Οι μαθητές/τριες συμπληρώνουν ένα γραφικό οργανωτή (ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1 - μοντέλο Frayer) για την κατανόηση της έννοιας του γραμμικού συστήματος. Συνοδεύεται από φύλλο οδηγιών για τη συμπλήρωσή του.</p> <p>Εργασία 3 Οι μαθητές/τριες συμπληρώνουν μια διαδικτυακή φόρμα αυτοαξιολόγησης της προσπάθειάς τους.</p>	<p>Το διαδραστικό βίντεο βρίσκεται στη διεύθυνση: https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1151680</p> <p>Ο γραφικός Οργανωτής και οι οδηγίες συμπλήρωσής του (ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1 - μοντέλο Frayer) βρίσκεται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/document/d/1YIYgmLq7GYIFhImNGBIq2KRiPA-kr6IT/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true</p> <p>Το ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 1 για τη 1^η εξ αποστάσεως Ασύγχρονη διδασκαλία</p>

			βρίσκεται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/forms/d/1oIVbix4OKKlh_QGgfaHYuUglHp3zWk-uu8B3Ow6w1lw/edit?usp=sharing
<p>Φάση Β' Σύγχρονη διδασκαλία</p> <p>1^η Διδακτική ώρα 45'</p> <p>1^η εργασία: 40'</p> <p>• Δραστηριότητα 1: 10'</p> <p>• Δραστηριότητα 2: 15'</p> <p>• Δραστηριότητα 3: 15'</p> <p>2^η εργασία: 5'</p>	<p>Οι μαθητές/τριες να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ορίζουν το γραμμικό σύστημα και δικαιολογούν γιατί ένα σύστημα δεν είναι γραμμικό. • Εξηγούν πότε ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους έχει μοναδική λύση, πότε είναι αδύνατο και πότε αόριστο βλέποντας τη γραφική του απεικόνιση στο Geogebra. • Ελέγχουν πότε ένα διατεταγμένο ζεύγος αριθμών αποτελεί λύση του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. • Σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση των 2 ευθειών του γραμμικού συστήματος σε μιλιμετρέ χαρτί και βγάζουν συμπεράσματα. 	<p>Εργασία 1</p> <p>Συμπληρώνεται το φύλλο εργασίας 2 (1^{ης} εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας) το οποίο περιλαμβάνει 3 Δραστηριότητες.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Δραστηριότητα 1 <p>Οι μαθητές/τριες επιλέγουν ανάμεσα σε 4 συστήματα ποια από αυτά είναι γραμμικά. Στην τάξη συζητούν τον γραφικό οργανωτή Frayer που έχουν ήδη συμπληρώσει και λύνονται απορίες γύρω από την έννοια του γραμμικού συστήματος.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Δραστηριότητα 2 <p>Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιώντας μια διαδικτυακή εφαρμογή φτιαγμένη στο GeoGebra που συνοδεύεται και από φύλλο οδηγιών για τη χρήση του, αποφαινόμενοι για τα γραμμικά συστήματα που σχηματίζονται και για το πλήθος των λύσεων τους. Οι μαθητές/τριες συνεργάζονται ανά 2.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Δραστηριότητα 3 <p>Οι μαθητές/τριες επιλύουν γραφικά σε μιλιμετρέ χαρτί ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Οι μαθητές/τριες συνεργάζονται ανά 2 και ο καθένας φτιάχνει τη γραφική επίλυση στο δικό του/της φύλλο εργασίας.</p> <p>Εργασία 2</p> <p>Οι μαθητές/τριες</p>	<p>Το φύλλο εργασίας 2 για την 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας βρίσκεται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/document/d/1BgcXp xfY MoeEJdXw3r-cRCfuOApAigIB/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true</p> <p>Η διαδικτυακή εφαρμογή Geogebra βρίσκεται στη διεύθυνση: https://www.geogebra.org/m/ppxt97dp</p> <p>Το φύλλο οδηγιών για τη χρήση του GeoGebra για το συγκεκριμένο μάθημα βρίσκεται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/document/d/1abZdLvCZex3KBQR7vXrqGADG DUkeLn/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true</p> <p>Η φόρμα αυτοαξιολόγησης</p>

		<p>συμπληρώνουν ατομικά μια φόρμα αυτοαξιολόγησης (Φύλλο Αξιολόγησης 2) .</p>	<p>(Φύλλο Αξιολόγησης 2) για την 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία βρίσκεται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/document/d/1XKFZQqWJiv-kqwh7RAtPWuwPbv0c8kkh/edit?usp=sharing&ouid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true</p>
<p>2^η Διδακτική ώρα 45'</p> <p>1^η εργασία: 40'</p> <p>● Δραστηριότητα 1: 15'</p> <p>● Δραστηριότητα 2: 10'</p> <p>● Δραστηριότητα 3: 15'</p> <p>2^η εργασία: 5'</p>	<p>Οι μαθητές/τριες να:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Συνθέτουν πρόβλημα που παραπέμπει σε γραμμικό σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους, το οποίο έχουν λύσει γραφικά κατά την προηγούμενη διδακτική ώρα. ● Επιχειρηματολογούν σχετικά με τη χρήση της γραφικής επίλυσης γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. ● Εφαρμόζουν τη γραφική επίλυση γραμμικού συστήματος σε πρόβλημα. 	<p>Εργασία 1 Συμπληρώνεται το φύλλο εργασίας 3 (2^{ης} εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας) το οποίο περιλαμβάνει 3 Δραστηριότητες.</p> <p>Δραστηριότητα 1 Οι μαθητές/τριες συνεργαζόμενοι σε ομάδες 4-5 ατόμων, διατυπώνουν ένα πρόβλημα το οποίο οδηγεί στην επίλυση γραμμικού συστήματος το οποίο θέτουν στην τάξη. Το ίδιο γραμμικό σύστημα έχουν επιλύσει γραφικά κατά την 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία. Οι διαφορετικές εκφωνήσεις των προβλημάτων που δημιουργήθηκαν από τις ομάδες παρουσιάζονται στην τάξη. Ακολουθεί συζήτηση στην ολομέλεια.</p> <p>Δραστηριότητα 2 Οι μαθητές/τριες συνεργαζόμενοι/ες σε ομάδες προσπαθούν να προσδιορίσουν τη λύση ενός γραμμικού συστήματος του οποίου δίδεται η γραφική αναπαράσταση. Στόχος είναι να κατανοήσουν πως η γραφική επίλυση ενός</p>	<p>Το φύλλο εργασίας 3 για τη 2^η δια ζώσης διδασκαλία βρίσκεται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/document/d/1NQkWjGUQAjfAj41R0laOuDliZSJTuk/edit?usp=sharing&ouid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true</p> <p>Η φόρμα αυτοαξιολόγησης (Φύλλο Αξιολόγησης 3) για την 2^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία</p>

		<p>γραμμικού συστήματος δεν είναι πάντα η καλύτερη μέθοδος επίλυσής του. Στο συμπέρασμα πρέπει να καταλήξουν οι ομάδες.</p> <p>Δραστηριότητα 3</p> <p>Οι μαθητές/τριες στις ομάδες τους, λύνουν συνεργατικά ένα πρόβλημα για το οποίο πρέπει να δημιουργήσουν και να επιλύσουν γραφικά το σύστημα των εξισώσεων που προκύπτει. Το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με διαφορετικές εξισώσεις. Οι διαφορετικές λύσεις παρουσιάζονται στην τάξη.</p> <p>Εργασία 2</p> <p>Οι μαθητές/τριες συμπληρώνουν ατομικά φύλλο αυτοαξιολόγησης.</p>	<p>βρίσκεται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/document/d/1osKf2ToPYKiRtsBPOfHsw1gSAdaSgrg8/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtopof=true&sd=true</p>
<p>Φάση Γ΄ Ασύγχρονη Συνολική διάρκεια 15΄</p>	<p>Οι μαθητές/τριες να:</p> <ul style="list-style-type: none">• Συμπληρώσουν τεστ για την αξιολόγηση της μάθησης της έννοιας του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και για τη γραφική επίλυσή του.	<p>Οι μαθητές/τριες απαντούν σε τεστ που έχει φτιαχτεί στην e-me για την αξιολόγηση της μάθησής τους που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τον/την εκπαιδευτικό για τη διαμορφωτική αλλά και για την αθροιστική αξιολόγησή τους.</p>	<p>Το τεστ αξιολόγησης της μάθησης βρίσκεται στη διεύθυνση: https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1151653</p>

3. Διδακτικό Σενάριο

Φάση Α΄ (πριν το μάθημα) – Ασύγχρονη εξ αποστάσεως μάθηση

Στόχοι Α΄ φάσης:

Οι μαθητές/τριες παρακολουθούν ένα διαδραστικό video και συμπληρώνουν ένα γραφικό οργανωτή (Frayer model) με στόχους:

- Να θυμηθούν την γραφική παράσταση μιας γραμμικής εξίσωσης και τις λύσεις της.
- Να κατανοήσουν την έννοια του γραμμικού συστήματος.
- Να ορίζουν το γραμμικό σύστημα.
- Να περιγράψουν την έννοια της λύσης ενός γραμμικού συστήματος.

- Να διακρίνουν ανάλογα με τις σχετικές θέσεις στην αναπαράσταση των δύο ευθειών και να αποφαινόνται για τις λύσεις του γραμμικού συστήματος (μοναδική λύση, αδύνατο σύστημα, αόριστο σύστημα).

Οριζόντιες/Ήπιες δεξιότητες :

- Ανάπτυξη ψηφιακών δεξιοτήτων
- Κριτική σκέψη
- Διαχείριση χρόνου
- Επίλυση προβλήματος

Εργασία 1

Περιγραφή

Κατά την 1η Εργασία, στην 1η Ασύγχρονη εξ αποστάσεως διδασκαλία, οι μαθητές/τριες παρακολουθούν ένα διαδραστικό video φτιαγμένο αρχικά στο power point και στη συνέχεια με τη χρήση της επιλογής interactive video της πλατφόρμας e-me. Κατά την παρακολούθηση του video, οι μαθητές/τριες απαντούν σε ερωτήσεις που εμφανίζονται κατά τη μελέτη τους και τους βοηθούν να επικεντρώσουν σε αυτό που είδαν και άκουσαν ώστε να ενισχυθεί η κατανόηση των γραμμικών συστημάτων δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και η γραφική τους επίλυση. Οι μαθητές/τριες παίρνουν ανατροφοδότηση για τις απαντήσεις τους είτε απάντησαν σωστά είτε απάντησαν λάθος. Το διαδραστικό video βρίσκεται στη διεύθυνση: https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1151680

Οι εκπαιδευόμενοι έχουν τη δυνατότητα να παρακολουθήσουν το video όσες φορές επιθυμούν και να μάθουν στο δικό τους χώρο με τον δικό τους ρυθμό. Έτσι ο/η εκπαιδευτικός χρησιμοποιώντας μια καινοτόμο μέθοδο διδασκαλίας που βρίσκεται κοντά στα ενδιαφέροντα των εκπαιδευομένων, μπορεί να διαχειριστεί αποδοτικότερα τον διδακτικό χρόνο στην αίθουσα διδασκαλίας κατά την εκ του σύνεγγυς διδασκαλία και να υποστηρίξει τους μαθητές/τριες με δραστηριότητες που τους εμπλέκουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία.

Πρόσθετες οδηγίες εφαρμογής

Οι μαθητές/τριες ειδοποιούνται μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου από τον /την εκπαιδευτικό σχετικά με την εργασία που πρέπει να ασχοληθούν και να ολοκληρώσουν στο σπίτι τους. Θα ήταν καλό οι μαθητές/τριες κατά την παρακολούθηση του video να κρατούν σημειώσεις για τα σημεία εκείνα που παρουσιάζουν δυσκολίες για αυτούς/ες, προκειμένου αυτά να συζητηθούν αναλυτικά στην τάξη. Έτσι οι εκπαιδευόμενοι αποκτούν ενεργητικό ρόλο και αναλαμβάνουν την ευθύνη της μάθησής τους.

Εργασία 2

Περιγραφή

Οι μαθητές/τριες συμπληρώνουν το (ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1 - μοντέλο Frayer) για την 1^η Ετερόχρονη εξ αποστάσεως διδασκαλία, το οποίο είναι ένας γραφικός οργανωτής

(Framer model). Ο γραφικός οργανωτής του Frayer, δίνει στους εκπαιδευόμενους τη δυνατότητα να περιγράψουν το γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους με 4 διαφορετικούς τρόπους. Ο πρώτος τρόπος εστιάζει στη διατύπωση του ορισμού. Ο δεύτερος τρόπος αφορά στην καταγραφή των χαρακτηριστικών του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Επιπλέον, προεκτείνουν τον ορισμό και αποδίδουν το νόημα που εμπεριέχεται σε αυτόν. Στον τρίτο τρόπο οι μαθητές/τριες επιδεικνύουν τη γνώση της έννοιας του γραμμικού συστήματος δίνοντας παραδείγματα, ένα για κάθε περίπτωση (γραμμικό σύστημα με μοναδική λύση, αδύνατο γραμμικό σύστημα, αόριστο γραμμικό σύστημα). Στον τέταρτο τρόπο οι μαθητές /τριες δίνουν μη παραδείγματα, τα οποία μπορούν να καταστήσουν σαφέστερο τον ορισμό και οι εκπαιδευόμενοι να γνωρίζουν όχι μόνο τι είναι αλλά και τι δεν είναι γραμμικό σύστημα. Ο γραφικός οργανωτής που βρίσκεται στη διεύθυνση: <https://docs.google.com/document/d/1YIYgmLq7GYIFhImNGBIq2KRiPA-kr6IT/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true> ακολουθείται από φύλλο οδηγιών συμπλήρωσης προκειμένου να ενισχύεται η αυτόνομη μάθηση των μαθητών/τριών.

Πρόσθετες οδηγίες εφαρμογής

Τον γραφικό οργανωτή Frayer οι μαθητές/τριες φέρνουν στο σχολείο συμπληρωμένο, στο 1^ο εκ του σύνεγγυς μάθημα για να συζητήσουν στην ολομέλεια και να διευκρινιστούν παρανοήσεις και λάθη για την έννοια του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

Αξιολόγηση της Α' φάσης:

Η 3η εργασία αυτής της φάσης (ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 1) αφορά την αυτοαξιολόγηση των μαθητών/τριών οι οποίοι συμπληρώνουν διαδικτυακά μια φόρμα αυτοαξιολόγησης φτιαγμένη στο google forms, που βρίσκεται στη διεύθυνση https://docs.google.com/forms/d/1oIVbix4OKKIh_QGqfaHYuUglHp3zWk-uu8B3Ow6w1lw/edit?usp=sharing

Φάση Β' (κατά τη διάρκεια του μαθήματος)- Εκ του σύνεγγυς διδασκαλία (Σύγχρονη)

Στόχοι Β' φάσης:

Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να:

- Ορίζουν το γραμμικό σύστημα και δικαιολογούν γιατί ένα σύστημα δεν είναι γραμμικό.
- Εξηγούν πότε ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους έχει μοναδική λύση, πότε είναι αδύνατο και πότε αόριστο.
- Ελέγχουν πότε ένα διατεταγμένο ζεύγος αριθμών αποτελεί λύση του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.
- Σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση των 2 ευθειών του γραμμικού συστήματος σε μιλιμετρέ χαρτί και καταλήγουν σε συμπεράσματα.

Οριζόντιες/Ήπιες δεξιότητες

- Εργασία σε ομάδες, δεξιότητες ευελιξίας, προσαρμοστικότητας, ανάληψης ευθύνης, ανάληψης πρωτοβουλίας.
- Λήψη απόφασης, επικοινωνιακές δεξιότητες.

- Δεξιότητες Κριτικής σκέψης, δημιουργικότητας.
- Επίλυση προβλήματος.
- Ψηφιακές δεξιότητες.

Εργασία 3

Περιγραφή

Η 1^η εργασία για την 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία αφορά τη συμπλήρωση του Φύλλου Εργασίας 2 που βρίσκεται στη διεύθυνση:

<https://docs.google.com/document/d/1BgcXpxfYMoeEJdXw3r-cRCfuOApAigIB/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true>

και το οποίο περιλαμβάνει 3 Δραστηριότητες. Η διδασκαλία προτείνεται να γίνει στο εργαστήριο Πληροφορικής ώστε οι μαθητές/τριες να έχουν πρόσβαση σε Η.Υ. Οι εκπαιδευόμενοι συνεργαζόμενοι ανά δύο σε κάποιες από τις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας το συμπληρώνουν. Η συνεργασία σε ζεύγη υποστηρίζει τη μάθηση των μαθητών/τριών γιατί ωφελούνται και οι δύο, είτε έχουν το ίδιο μαθησιακό υπόβαθρο είτε όχι. Αυτός/ή που υποστηρίζει αποκτά αυτοπεποίθηση και αυτός/ή που υποστηρίζεται έχει τη δυνατότητα να υποβάλλει ερωτήσεις, να ακούσει και να μάθει. Τα ζεύγη των μαθητών/τριών καθορίζει ο/η εκπαιδευτικός, μπορεί όμως ανάλογα με την επιλογή του/της να είναι το ζευγάρι των συμμαθητών/τριών που κάθονται στο ίδιο θρανίο.

Στην 1^η **Δραστηριότητα** ζητείται από τους μαθητές και τις μαθήτριες να επιλέξουν ανάμεσα σε 4 συστήματα εκείνα που είναι γραμμικά συστήματα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Κατά τη διάρκεια αυτής της δραστηριότητας συζητείται στην τάξη ο συμπληρωμένος από τους μαθητές/τις μαθήτριες γραφικός οργανωτής Frayer, ο οποίος θα τους/τις υποστηρίξει στην επιλογή των σωστών γραμμικών συστημάτων και θα δοθεί η ευκαιρία να συζητηθούν παρανοήσεις και παρερμηνείες σχετικά με τα γραμμικά συστήματα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Η δραστηριότητα υλοποιείται ατομικά από τους εκπαιδευόμενους.

Στη 2^η **Δραστηριότητα** οι μαθητές/τριες, σε ζεύγη στην αίθουσα Πληροφορικής, μοιράζονται τους Η.Υ και ανοίγουν συγκεκριμένη εφαρμογή στο GeoGebra η οποία βρίσκεται στη διεύθυνση: <https://www.geogebra.org/m/ppxt97dp>. Στην εφαρμογή παρουσιάζονται δύο ευθείες όπου η μια από αυτές είναι σταθερή και η άλλη μετακινείται, ώστε οι μαθητές/τριες μετακινώντας κάποιους μεταβολείς να βρίσκουν τις σχηματιζόμενες εξισώσεις του γραμμικού συστήματος και να αποφαινούνται αν το σύστημα έχει μοναδική λύση, αν είναι αδύνατο ή αόριστο. Η εφαρμογή συνοδεύεται από οδηγίες που βρίσκονται στη διεύθυνση: https://docs.google.com/document/d/1abZdLvCZex3KBQR7vXrqGADG_DUkeL_n/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true

για την καλύτερη χρήση της από τους εκπαιδευόμενους. Στην περίπτωση της μοναδικής λύσης οι μαθητές/τριες την προσδιορίζουν γραφικά από τις συντεταγμένες που βλέπουν στην γραφική αναπαράσταση ή βρίσκοντας τις συντεταγμένες μέσω του GeoGebra όπως τους κατευθύνει το φύλλο οδηγιών.

Στην 3^η **Δραστηριότητα** οι εκπαιδευόμενοι ασχολούνται με ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους το οποίο επιλύουν γραφικά σε μιλιμετρέ χαρτί.

Εργασία 4

Περιγραφή

Στο τέλος της 1^{ης} εκ του σύνεγγυς διδακτική ώρα προβλέπεται οι μαθητές/τριες να συμπληρώσουν το φύλλο Αξιολόγησης 2 που βρίσκεται στη διεύθυνση: <https://docs.google.com/document/d/1XKFZQqWJjv-kqwh7RAtPWuwPbv0c8kkh/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true>

Εργασία 5

Περιγραφή

Η 1^η εργασία για την 2^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία αφορά τη συμπλήρωση του Φύλλου Εργασίας 3 που βρίσκεται στη διεύθυνση:

<https://docs.google.com/document/d/1NQkWiJGUQAjfAj4I1R0IaOuDIzSJTuk/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true>

και το οποίο περιλαμβάνει 3 Δραστηριότητες. Οι μαθητές/τριες συνεργάζονται σε ομάδες των 4-5 ατόμων στην αίθουσα διδασκαλίας του τμήματός τους.

Στην **1^η δραστηριότητα** οι μαθητές/τριες γράφουν ένα πρόβλημα που αναπαριστάνεται από ένα σύστημα που τους έχει δοθεί, το οποίο έχουν επιλύσει γραφικά σε μιλιμετρέ χαρτί κατά την προηγούμενη διδακτική ώρα (Δραστηριότητα 3 του φύλλου εργασίας 2 της 1^{ης} εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας).

Στη **2^η δραστηριότητα** οι μαθητές/τριες προσπαθούν να προσδιορίσουν από τη γραφική αναπαράσταση ενός συστήματος που τους δίδεται, τη γραφική λύση του συστήματος. Στόχος είναι να συνειδητοποιήσουν και να καταλήξουν πως για την επίλυση ενός συστήματος δεν μπορούν να βασιστούν μόνο στον γραφικό τρόπο. Ταυτόχρονα διαπιστώνουν πως η λύση του συστήματος είναι ένα ζεύγος κλασματικών αριθμών το οποίο δεν θα μπορούσαν να προσδιορίσουν επακριβώς. Κατά τη δραστηριότητα και ανάλογα με τις επιλογές του/της εκπαιδευτικού, μπορεί να συζητηθούν στην τάξη και άλλες περιπτώσεις που αν και το γραμμικό σύστημα έχει αριθμητική λύση, αυτή δεν μπορεί να προσδιοριστεί γραφικά με ακρίβεια.

Κατά την **3^η δραστηριότητα** η ομάδα των μαθητών/τριών αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα για το οποίο πρέπει να δημιουργήσουν και να επιλύσουν γραφικά το σύστημα των εξισώσεων που προκύπτει. Το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με τη δημιουργία διαφορετικών ζευγών εξισώσεων, τα οποία παρουσιάζονται στην ολομέλεια από τις ομάδες εργασίας. Ενδιαφέρον έχει και η επιλογή της μονάδας μέτρησης σε κάθε άξονα για τη γραφική αναπαράσταση των εξισώσεων του συστήματος.

Αξιολόγηση της Β΄ φάσης:

Η αξιολόγηση σε αυτή τη φάση (Φύλλο Αξιολόγησης 3) αφορά την αυτοαξιολόγηση των μαθητών/τριών μέσω φύλλου αυτοαξιολόγησης που συμπληρώνεται στο μάθημα.

Η φόρμα αυτοαξιολόγησης βρίσκεται στη διεύθυνση: <https://docs.google.com/document/d/1osKf2ToPYKiRtsBPOfHsw1gSAdaSgrq8/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true>

Η αυτοαξιολόγηση των εκπαιδευομένων μπορεί να τους βοηθήσει στην αυτορρύθμισή τους στη μαθησιακή διαδικασία, να αποκτήσουν μεταγνωστικές δεξιότητες, να αποκτήσουν επίγνωση των μαθησιακών στόχων του μαθήματος, να βελτιώσουν την

αυτοεικόνα τους, να εντοπίσουν τα μαθησιακά κενά τους και να μαθαίνουν να αναλαμβάνουν την ευθύνη της μάθησής τους. Ο/Η εκπαιδευτικός έχει την ευκαιρία να συλλέξει πληροφορίες για τις ανάγκες των μαθητών/τριών του, για τις δυσκολίες τους και για τους τρόπους που χρησιμοποιούν για να τις αντιμετωπίσουν. Παράλληλα συλλέγει στοιχεία για τον εμπλουτισμό και την προσαρμογή της διδασκαλίας του/της.

Φάση Γ΄ (Μετά το μάθημα) – Εξ αποστάσεως μάθηση (Ασύγχρονη)

Εργασία 6

Περιγραφή

Κατά την τρίτη φάση της διδασκαλίας οι μαθητές/τριες συμπληρώνουν ένα τεστ για την αξιολόγηση της μάθησης των γραμμικών συστημάτων δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και για τη γραφική επίλυσή τους. Το τεστ μπορεί να χρησιμοποιηθεί διαμορφωτικά με στόχο τη βελτίωση της διδασκαλίας και της μάθησης, ώστε οι μαθητές/τριες σταδιακά να αναπροσαρμόσουν τις στρατηγικές μάθησης που χρησιμοποιούν και ο/η εκπαιδευτικός να επανεξετάσει τις πρακτικές διδασκαλίας του/της. Επίσης το τεστ μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αθροιστική αξιολόγηση των μαθητών/τριών στη γραφική επίλυση των γραμμικών συστημάτων δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Το τεστ έχει δημιουργηθεί στην πλατφόρμα τηλεκπαίδευσης e-me, όπου ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να έχει ανατροφοδότηση σχετικά με τα επιτεύγματα των μαθητών/τριών του και οι εκπαιδευόμενοι να έχουν ανατροφοδότηση για την επίδοσή τους. Το τεστ βρίσκεται στη διεύθυνση https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1151653

Αξιολόγηση της Γ΄ φάσης :

Η αξιολόγηση της μάθησης μπορεί να παρέχει στον/στην εκπαιδευτικό πληροφορίες για τη γνωστική κατάσταση των μαθητών/τριών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από αυτόν/αυτήν για την αξιολόγηση της διδασκαλίας.

4. Φύλλα Εργασίας

Φύλλο Εργασίας 1 για την 1η φάση (Ετερόχρονη μάθηση)

<https://docs.google.com/document/d/1YIYgmLq7GYIFhImNGBIq2KRiPA-kr6lT/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true>

Φύλλο Εργασίας 2 για τη 2η φάση (1η διδακτική ώρα εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας)

<https://docs.google.com/document/d/1BgcXpxfYMoeEJdXw3r-cRCfuOApAigIB/edit?usp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true>

Φύλλο Εργασίας 3 για τη 2η φάση (2η διδακτική ώρα εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας)

<https://docs.google.com/document/d/1NQkWijGUQAjfAj4I1R0laOuDIiZSJTuk/edit?u>

[sp=sharing&oid=110311086047101024055&rtpof=true&sd=true](https://www.geogebra.org/m/thPzkAWS)

5. Εναλλακτικές/Παραλλαγές του σεναρίου

Το εκπαιδευτικό σενάριο καλό είναι να προσαρμοστεί από τον/την εκπαιδευτικό στις μαθησιακές ανάγκες και στις δυνατότητες των μαθητών και των μαθητριών του/της και βέβαια στις ιδιαίτερες συνθήκες λειτουργίας του σχολείου. Στο συγκεκριμένο σενάριο προτείνεται η χρήση της αίθουσας Πληροφορικής για την 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία. Αν στο σχολείο υπάρχει δυσκολία σχετικά με τη χρήση της αίθουσας Πληροφορικής, το σενάριο μπορεί να υλοποιηθεί στην αίθουσα διδασκαλίας με τη χρήση οπτικού ποντικιού, βιντεοπροβολέα και laptop ή tablet. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να προσαρμοστεί το φύλλο εργασίας 2 για την 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία, ως προς το πλήθος των ασκήσεων που υλοποιούνται με το πρόγραμμα Geogebra, κατά την κρίση του/της εκπαιδευτικού που θα το υλοποιήσει, ώστε να δοθεί η ευκαιρία σε όλους τους εκπαιδευόμενους να χρησιμοποιήσουν την εφαρμογή. Το σενάριο μπορεί να προσαρμοστεί έτσι ώστε να υλοποιηθεί συνεργατική διδασκαλία με ομάδες 4-5 μαθητών/τριών και τις δύο ώρες της εκ του σύνεγγυς διδασκαλίας. Επίσης θεωρείται πως οι εκπαιδευόμενοι, ευρισκόμενοι ήδη στην Γ΄ Γυμνασίου, γνωρίζουν επαρκώς τη χρήση του Geogebra δεδομένου πως δεν είναι η πρώτη φορά που χρησιμοποιείται το πρόγραμμα αυτό. Παρόλα αυτά η χρήση του Geogebra συνοδεύεται από φύλλο οδηγιών που βοηθά τους μαθητές/τριες στη χρήση του και τους υποστηρίζει στην εργασία τους, ωθώντας τους σε αυτονομία σχετικά με τη μάθησή τους.

Η δραστηριότητα με τη χρήση του Geogebra έχει κατασκευαστεί από τους δημιουργούς του σεναρίου, αλλά ο /η εκπαιδευτικός μπορεί επίσης να χρησιμοποιήσει την εφαρμογή στη διεύθυνση <https://www.geogebra.org/m/thPzkAWS> καθώς και την εφαρμογή στη διεύθυνση <https://www.geogebra.org/m/C37mSveM>.

Ο γραφικός οργανωτής Frayer έχει χρησιμοποιηθεί για να ενισχύσει την κατανόηση των μαθητών/τριών σχετικά με την έννοια του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Στο σενάριο προτείνεται να τον συμπληρώσουν οι μαθητές/τριες στο σπίτι τους και να το φέρουν στην 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία για να συζητηθεί. Εναλλακτικά μπορεί ο/η εκπαιδευτικός να ζητήσει από τους εκπαιδευόμενους να φωτογραφίσουν τον συμπληρωμένο γραφικό οργανωτή και να του/της τον αποστείλουν με ηλεκτρονικό ταχυδρομείο ή μέσω της πλατφόρμας τηλεκπαίδευσης που χρησιμοποιούν, ώστε να έχει τη δυνατότητα πριν από την εκ του σύνεγγυς διδασκαλία να εντοπίσει τις δυσκολίες των εκπαιδευομένων σχετικά με την έννοια του γραμμικού συστήματος και να προσαρμόσει κατάλληλα τη διδασκαλία του/της.

Καλό είναι σε ένα διαδικτυακό τόπο ή σε μια πλατφόρμα να υπάρχει η δυνατότητα οι μαθητές/τριες να επικοινωνούν με τον/την εκπαιδευτικό τους αλλά και μεταξύ τους, για να λύσουν απορίες, να υποβάλλουν ερωτήματα και να βρουν εργασίες και υλικό.

6. Αναστοχασμός

Στην 1η Ασύγχρονη εξ αποστάσεως διδασκαλία προτείνεται οι μαθητές/τριες να

συμπληρώσουν ένα γραφικό οργανωτή (Frayer model) για την κατανόηση της έννοιας του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Τον συμπληρωμένο γραφικό οργανωτή προτείνεται να φέρουν στην τάξη στην 1^η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία για να συζητηθεί στην ολομέλεια της τάξης στο πλαίσιο της δραστηριότητας 1 του φύλλου εργασίας 2 για αυτή τη διδακτική ώρα. Θεωρείτε πως η χρήση του γραμμικού οργανωτή εξυπηρετεί τους στόχους της διδασκαλίας; Θα τον χρησιμοποιούσατε στο δικό σας σχεδιασμό;

Στο φύλλο εργασίας 3 για την 2η εκ του σύνεγγυς διδασκαλία, στη 2^η δραστηριότητα οι μαθητές/τριες καλούνται να βρουν τη λύση σε ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους, για το οποίο δίδεται η γραφική του αναπαράσταση. Στόχος είναι να οδηγηθούν στην συνειδητοποίηση της ανάγκης της αλγεβρικής επίλυσης του γραμμικού συστήματος. Τι αλλαγές θα κάνατε στη δική σας διδασκαλία για να οδηγήσετε τους μαθητές/τριες στον ίδιο στόχο;

6. Βιβλιογραφικές Αναφορές

Fillooy, E, Rojano, T, & Solares, A. (2010). Problems Dealing With Unknown Quantities and Two Different Levels of Representing Unknowns. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(1), 52-80.

Gannon, G. & Shultz, H. S. (2006). Solving Simultaneous Equations, Getting More from Geometry, *Mathematics Teacher*, 100(3), 189-191.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching of algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707–762). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Βερούκιος, Π. (2011). Συναρτησιακή προσέγγιση βασικών εννοιών της Σχολικής Άλγεβρας σε ένα πλαίσιο επίλυσης προβλήματος. Στο: *Η Άλγεβρα και η Διδακτική της στη Σύγχρονη Εκπαίδευση*. ΕΝΕΔΙΜ (σσ. 9-50). Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη.

Βοσνιάδου, Σ. (2001). *Πώς μαθαίνουν οι μαθητές*. Διεθνής Ακαδημία της Εκπαίδευσης (ΔΑΕ), Palais des Academies, 1, rue Ducale, 1000 Βρυξέλλες, Βέλγιο, και το Διεθνές Γραφείο της Εκπαίδευσης (ΔΓΕ), P.O.Box199, 1211 Geneva 20, Ελβετία. <http://www.ibe.unesco.org>.

Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης. Τεύχος 4: Κλάδος ΠΕ03, Αρχική έκδοση. Πάτρα, Μάιος 2008: ΙΤΥ.

Ματσαγγούρας, Η. (1999). *Θεωρία της Διδασκαλίας*, τομ. Β΄. Αθήνα: Gutenberg.

Ματσαγγούρας, Η. (2002). *Θεωρία και Πράξη της Διδασκαλίας, Στρατηγικές Διδασκαλίας, Η Κριτική Σκέψη στη Διδακτική Πράξη*, Τόμος Β, Αθήνα, εκδ. Gutenberg.

Ράπτης, Α. & Ράπτη, Α. (2009). *Μάθηση και Διδασκαλία την εποχή της Πληροφορίας*, τομ. Α΄. Αθήνα: Έκδοση Νέων Τεχνολογιών.

Φλουρής, Γ. (2003). *Η αρχιτεκτονική της διδασκαλίας*. Αθήνα: Γρηγόρης.

<Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του>