



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Connect

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διδασκαλία Πυθαγόρειου Θεωρήματος

Μάρτιος, 2022

ΚΥΠΡΟΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	1
1. Επισκόπηση Σεναρίου	2
2. Χρονοδιάγραμμα	4
3. Διδακτικό Σενάριο	5
Φάση Α' (πριν το μάθημα) – Ασύγχρονη Διδασκαλία	5
Φάση Β' (κατά τη διάρκεια του μαθήματος)- Σύγχρονη Διδασκαλία	6
Φάση Γ' (Μετά το μάθημα) – Ετερόχρονη Διδασκαλία	7
4. Φύλλα Εργασίας	8
Φύλλο Εργασίας 1 για την 1η φάση (Ετερόχρονη μάθηση)	8
Φύλλο Εργασίας 2 για την 3η φάση (Ετερόχρονη μάθηση)	8
5. Εναλλακτικές/Παραλλαγές του σεναρίου	9
6. Αναστοχασμός	9
7. Βιβλιογραφικές Αναφορές	9

1. Επισκόπηση Σεναρίου

Σχολικό Μάθημα: Το σενάριο σχεδιάστηκε για τη διδασκαλία του Πυθαγόρειου θεωρήματος, στο μάθημα των Μαθηματικών της Β΄ Γυμνασίου.

Θέμα: Μελέτη του Πυθαγορείου Θεωρήματος

Συντελεστής : Βίκυ Βασιλείου

Ηλικιακή ομάδα: Μαθητές/τριες 14 ετών.

Τάξη: Β΄ τάξη του Γυμνασίου.

Προτεινόμενη Διάρκεια Διδασκαλίας

- **Δια ζώσης Διδασκαλία:** 90 λεπτά συνολικά (2 διδακτικές ώρες),
- **Εξ αποστάσεως Ασύγχρονη Διδασκαλία :** 60 λεπτά συνολικά.

Εργαλεία και Υλικά

Υποδομές/Συσκευές κ.τ.λ: Για τη διεξαγωγή της δραστηριότητας απαιτούνται :

Ένας βιντεοπροβολέας για την απεικόνιση στοιχείων του σεναρίου σε οθόνη προβολής.

Συνοδευτικό Υλικό για τον μαθητή:

- Τετράδιο (ώστε να κρατούν σημειώσεις κατά την πορεία της διερεύνησης και να καταγράφουν παρατηρήσεις και συμπεράσματα).
- Φύλλα εργασίας (θα δοθούν από τον εκπαιδευτικό με στόχο να καθοδηγηθούν οι μαθητές στη διερεύνηση των διαφόρων ερωτημάτων).
- Για την εξ αποστάσεως διδασκαλία οι μαθητές/μαθήτριες, όπως και ο/η εκπαιδευτικός πρέπει να διαθέτουν laptop, tablet ή σταθερό υπολογιστή και σύνδεση στο διαδίκτυο. Επίσης αν υπάρχει διαδραστικός πίνακας στην τάξη μπορεί να αξιοποιηθεί.

Άλλα υλικά: Φύλλα εργασίας, το τετράδιο του μαθητή.

Μαθησιακά Αποτελέσματα

Το Πυθαγόρειο Θεώρημα δίνει στους μαθητές την δυνατότητα να αναγνωρίσουν τη στενή συσχέτιση της Άλγεβρας με τη Γεωμετρία και να περιγράψουν τη σημασία των διαφορετικών αναπαραστάσεων μιας μαθηματικής έννοιας (είτε γεωμετρικά, είτε με τη βοήθεια συγκεκριμένης αλγεβρικής σχέσης).

Οι μαθητές με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας διδάσκονται το θεώρημα κυρίως μέσα από ένα μαθηματικό τύπο τον οποίο καλούνται να μάθουν να διαχειρίζονται με αριθμούς χωρίς να έχουν ιδιαίτερη γεωμετρική εποπτεία του θέματος. Στο νέο μαθησιακό περιβάλλον του λογισμικού, οι μαθητές έρχονται σε επαφή με διαδικασίες διεξαγωγής πειραμάτων, παρατήρησης, μεθοδικής καταγραφής δεδομένων, διατύπωσης υποθέσεων, ελέγχου για επιβεβαίωσή τους και εξαγωγή γενικών συμπερασμάτων, συνεργάζονται μεταξύ τους, συνδιαλέγονται και επιχειρηματολογούν για τα αποτελέσματα των πειραμάτων τους. Επιπλέον, θα έχουν τη δυνατότητα να συνδέσουν το ΠΘ με την επίλυση διάφορων προβλημάτων με εμβαδά.

Σκοποί: Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα χειρισμού πολλαπλών και διασυνδεδεμένων αναπαραστάσεων του Πυθαγόρειου Θεωρήματος.

Γενικός στόχος: Οι μαθητές/τριες να αναπτύξουν την αλγεβρική σκέψη και την κατανόησή τους μέσα από τη μελέτη του γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και της γραφικής επίλυσής του.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα:

Οι μαθητές/μαθήτριες να είναι σε θέση:

- Εξοικείωση με γεωμετρική αναπαράσταση – γεωμετρική Ερμηνεία Π.Θ.
- Συμβολική έκφραση Πυθαγορείου Θεωρήματος με αλγεβρική σχέση.
- Λεκτική διατύπωση Πυθαγορείου Θεωρήματος
- Να εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα για να ελέγχουν αν ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- Να εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα για να υπολογίζουν την τρίτη πλευρά δεδομένων των άλλων δύο πλευρών σε ορθογώνιο τρίγωνο.

Ύπτιες Δεξιότητες που θα αναπτυχθούν:

- Συνεργασία σε ομάδες.
- Κριτική σκέψη.
- Δημιουργικότητα.
- Επίλυση προβλήματος.
- Ψηφιακές δεξιότητες.

Προαπαιτούμενες γνώσεις:

Ως προς τα Μαθηματικά:

1. Εμβαδόν επίπεδων σχημάτων
2. Να αναγνωρίζει τα ορθογώνια τρίγωνα
3. Επίλυση εξισώσεων
4. Υπολογισμός Ριζών ακέραιων ρητών αριθμών

Γενική περιγραφή του σεναρίου

Ο ρόλος των μαθητών: Θα έχουν ρόλο ερευνητή- ενεργητικό (δεν είναι παθητικοί αποδέκτες όπως στην παραδοσιακή τάξη), οι μαθητές πειραματίζονται, διερευνούν, διαπραγματεύονται, διατυπώνουν εικασίες, ελέγχουν και συνεργάζονται.

Ο ρόλος του διδάσκοντα: Θα έχει ρόλο παρατηρητή- συνεργάτη, επισκέπτεται τους μαθητές και παρεμβαίνει όταν του ζητηθεί, θέτει ερωτήσεις ανοιχτές προς διαπραγμάτευση. Δεν είναι αυτός που μεταφέρει τη γνώση αλλά ο διαμεσολαβητής, ο καθοδηγητής και ο εμπνευστής του έργου και της δραστηριοποίησης των μαθητών. Δημιουργεί ένα περιβάλλον αλληλεπίδρασης των μαθητών μεταξύ τους.

2. Χρονοδιάγραμμα

Φάσεις διδασκαλίας Χρονική διάρκεια	Σκοποί/Στόχοι	Περιγραφή	Υλικά/Εργαλεία
<p>Φάση Α' Ασύγχρονη Διδασκαλία 45 min</p> <p>1η εργασία: 20 min (βίντεο)</p> <p>2η εργασία : 25 min (Φύλλο Εργασίας)</p>	<p>Οι μαθητές/μαθήτριες είναι σε θέση να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Να διατυπώνουν το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του. • Να υπολογίζουν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο την τρίτη πλευρά, δοθέντων των άλλων δύο. • Να εξετάζουν αν ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο βάσει των πλευρών του. • Γνωρίζουν το αντίστροφο του Πυθαγόρειου 	<p>Εργασία 1</p> <p>Οι μαθητές/τριες μελετούν το υλικό που περιγράφει το Πυθαγόρειο Θεώρημα με τα αντίστοιχα παραδείγματα του. Στη συνέχεια εργάζονται στο φύλλο εργασίας που ακολουθεί.</p> <p>Οι μαθητές καλούνται να μελετήσουν το υλικό στο σπίτι, σύμφωνα με το δικό τους ρυθμό.</p>	<p>Το υλικό μαθήματος (λυμένα παραδείγματα) με ασκήσεις για λύση είναι αναρτημένο στον αποθηκευτικό χώρο Google Drive για κοινή χρήση. Το υλικό μάθησης βρίσκεται στη διεύθυνση:</p> <p>https://drive.google.com/file/d/18sXmvG4XzJj3ThGd9VE5z4k6ftcKDyAQ/view?usp=sharing</p>
<p>Φάση Β Σύγχρονη Διδασκαλία 45 min</p> <p>Κοινή μαθηματική συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης: 35 min</p> <p>Συγκεφαλαίωση από τον/την εκπαιδευτικό ή από μαθητές/μαθήτριες : 10 min</p>	<p>Οι μαθητές/μαθήτριες είναι σε θέση:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα • Και το αντίστροφο του Πυθαγόρειου Θεωρήματος • Να γνωρίζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα ως άθροισμα εμβαδών 	<p>Εργασία 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Προβολή του video από το youtube <p>https://www.youtube.com/watch?v=vbG_YBTiN38</p> <ul style="list-style-type: none"> • Παρουσίαση μαθησιακού περιεχομένου από το καθηγητή σε προβολέα. Ταυτόχρονα μοιράζεται το πιο κάτω φύλλο στους μαθητές για να το συμπληρώσουν. <p>https://drive.google.com/file/d/1DYHUdcdDVehZOnXC1sc3YJMBiyo-HgM/view?usp=sharing</p> <p>Εργασία 3</p> <p>Μοιράζεται στους μαθητές και τις μαθήτριες φύλλο εργασίας με δραστηριότητες πάνω στο</p>	<p>Ο σύνδεσμος από το Geogebra που θα χρησιμοποιήσει ο καθηγητής στη τάξη βρίσκεται πιο κάτω:</p> <p>https://www.geogebra.org/classic/svfcvw63</p>

		Πυθαγόρειο Θεώρημα. https://drive.google.com/file/d/11hi5BON7RuFEzedvtNvrnbZeB2_Kwdjg/view?usp=sharing	
Φάση Γ Ετερόχρονη Διδασκαλία 45' 1η Εργασία επέκτασης: 30 min 2η Αξιολόγηση της μάθησης : 15 min	Οι μαθητές/μαθήτριες είναι σε θέση: 1. Να προσφέρουν στον εκπαιδευτικό τις απαραίτητες πληροφορίες, που θα συμβάλουν στην ανατροφοδότηση της μάθησης σχετικά με την κατανόηση και τη χρήση του Π.Θ. 2. Να συμπληρώσουν ένα τεστ με σκοπό να αξιολογήσουν τη διδασκαλία και τη μαθησιακή εμπειρία τους.	Εργασία 4 Πυθαγόρειο Θεώρημα και εφαρμογές Φύλλο Εργασίας 3 https://drive.google.com/file/d/1EaaKimtVMJUUpdg6wVCOqKIXZISBYo5e/view?usp=sharing	Για την υλοποίηση οι μαθητές/τριες χρειάζονται laptop, tablet ή σταθερό υπολογιστή και ακουστικά, καθώς και σύνδεση στο διαδίκτυο. Το τεστ βρίσκεται στη διεύθυνση: https://forms.gle/xWst6HKZn2LDVe416

3. Διδακτικό Σενάριο

Φάση Α' (πριν το μάθημα) – Ασύγχρονη Διδασκαλία

Στόχοι Α' φάσης:

Οι μαθητές/τριες είναι σε θέση να:

- Να διατυπώνουν το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφο του.
- Να υπολογίζουν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο την Τρίτη πλευρά, δοθέντων των άλλων δύο.
- Να εξετάζουν αν ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο βάσει των πλευρών του.

Οριζόντιες/Ηπτιες δεξιότητες :

- Ανάπτυξη ψηφιακών δεξιοτήτων
- Δεξιότητες ψηφιακής αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας

Εργασία 1

Περιγραφή

Κατά την 1η Εργασία, στην 1η Ασύγχρονη εξ αποστάσεως διδασκαλία, οι μαθητές/τριες μελετούν το υλικό που στάλθηκε από το καθηγητή, επικεντρώνουν σε αυτό που είδαν ώστε να ενισχυθεί η κατανόηση της επίλυσης του Π.Θ. Οι εκπαιδευόμενοι έχουν τη δυνατότητα να μελετήσουν το υλικό όποτε επιθυμούν και να

μάθουν στο δικό τους χώρο με τον δικό τους ρυθμό. Τα παραδείγματα περιγράφουν αναλυτικά την εφαρμογή και επίλυση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος .

Το υλικό βρίσκεται στο πιο κάτω σύνδεσμο:

<https://drive.google.com/file/d/18sXmvG4XzJ3ThGd9VE5z4k6ftcKDyAQ/view?usp=sharing>

Φάση Β' (κατά τη διάρκεια του μαθήματος)- Σύγχρονη Διδασκαλία

Στόχοι Β' φάσης:

Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να:

- Εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα
- Διαπιστώνουν αν μια γωνιά είναι ορθή

Οριζόντιες/Ήπιες δεξιότητες

- Εργασία σε ομάδες, δεξιότητες ευελιξίας, προσαρμοστικότητας, ανάληψης ευθύνης, ανάληψης πρωτοβουλίας.
- Λήψη απόφασης, επικοινωνιακές δεξιότητες.
- Δεξιότητες Κριτικής σκέψης, δημιουργικότητας.

Εργασία 2

Περιγραφή

Επειδή αυτή η λεκτική αποτύπωση του πυθαγορείου θεωρήματος δεν είναι και τόσο κατανοητή από αρκετούς μαθητές. Δηλαδή, αυτοί οι μαθητές δεν κατανοούν ότι η λεκτική αποτύπωση του παραπάνω θεωρήματος σημαίνει ότι:

«Αν φτιάξουμε ένα τετράγωνο με πλευρά την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου, τότε το εμβαδόν αυτού του τετραγώνου θα είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων που το καθένα έχει πλευρά τις δύο κάθετες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.»

Παρόμοιες δυσκολίες μπορούν οι μαθητές να συναντούν και σε άλλες θεωρητικές αποδείξεις των μαθηματικών, ο εκπαιδευτικός πρέπει να χρησιμοποιεί την εποπτεία και το πείραμα.

Έτσι σε αυτή τη φάση με τη βοήθεια του βιντεοπρωβολέα προβάλλω ένα video της απόδειξης του Πυθαγορείου Θεωρήματος με έναν απλό τρόπο αναπαράστασης.

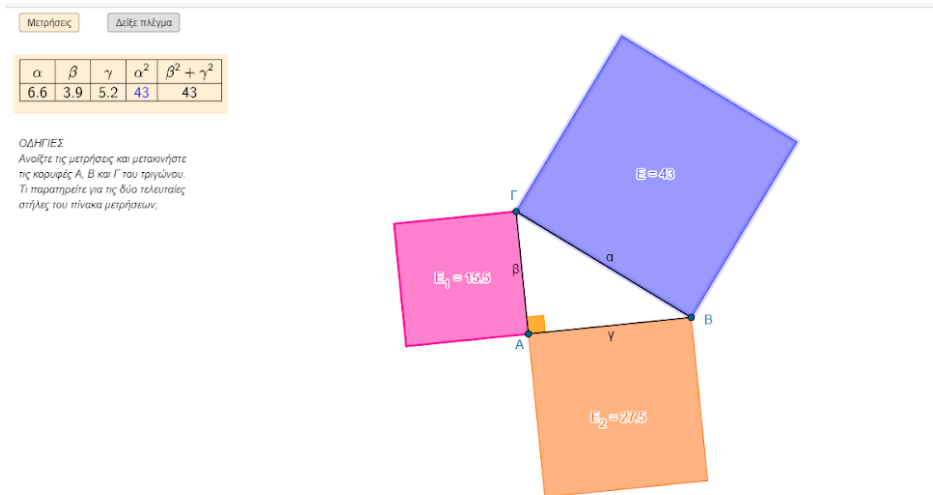
https://www.youtube.com/watch?v=vbG_YBTiN38

Στη συνέχεια μέσα από συζήτηση και σχολιασμού αυτού που προβλήθηκε, τα παιδιά θα μπορέσουν να κατανοήσουν την σύνδεση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με τα εμβαδά των τετραγώνων που δημιουργούνται από τις αντίστοιχες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του προγράμματος Geogebra ανοίγω τον παρακάτω σύνδεσμο:

<https://www.geogebra.org/classic/svfcvw63>

Ταυτόχρονα μοιράζεται στους μαθητές ένα φύλλο με ένα πίνακα για να αναγράφουν τις μετρήσεις που θα εμφανίζονται με κάθε μετακίνηση κορυφής που θα κάνει ο εκπαιδευτικός. Μετακινώντας τις κορυφές θα εμφανίζονται αντίστοιχες μετρήσεις των πλευρών του τριγώνου και των εμβαδών των τετραγώνων που δημιουργούνται με τις αντίστοιχες πλευρές. Οι μαθητές συμπληρώνοντας τον πίνακα θα παρατηρήσουν ότι το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών ισούται με το τετράγωνο της υποτείνουσας.



Το Φύλλο εργασίας που θα συμπληρώνουν μαθητές κατά τη διάρκεια μαθήματος βρίσκεται πιο κάτω σύνδεσμο :

<https://drive.google.com/file/d/1DYHUdcdDVehZOnXCI1sc3YJMBiyo-HgM/view?usp=sharing>

Εργασία 3

Περιγραφή

Ο εκπαιδευτικός μοιράζει το φύλλο εργασίας στους μαθητές και καλείται να δραστηριοποιήσει και να προετοιμάσει τους μαθητές ώστε να διαβάζουν τις δραστηριότητες και θέτουν ερωτήματα στον εκπαιδευτικό πάνω στην κατανόηση των εκφωνήσεων. Κατά τη συζήτηση ο εκπαιδευτικός παρέχει όλες τις απαραίτητες οδηγίες, εξηγεί και θυμίζει τότε χρησιμοποιείται και πως το Πυθαγόρειο Θεώρημα, όπως επίσης και κάποιες προαπαιτούμενες γνώσεις στα εμβαδά σχημάτων.

https://drive.google.com/file/d/11hi5BON7RuFEzedvtNvrnbZeB2_Kwdjg/view?usp=sharing

Φάση Γ' (Μετά το μάθημα) – Ετερόχρονη Διδασκαλία

Εργασία 4

Περιγραφή

Κατά την τρίτη φάση της διδασκαλίας οι μαθητές/τριες απαντούν σε ένα Ατομικό Φύλλο Εργασίας , το οποίο στέλνεται με email στους μαθητές/τριες και περιέχει εφαρμογές του Πυθαγόρειου Θεωρήματος . Το Ατομικό Φύλλο Εργασίας (επέκταση) είναι αναρτημένο στον προσβάσιμο αποθηκευτικό χώρο για κοινή χρήση και βρίσκεται στη διεύθυνση:

<https://drive.google.com/file/d/1EaaKimtVMJUUpdg6wVCOqKIXZISBYo5e/view?usp=sharing>

Στο φύλλο εργασίας υπάρχουν 3 ασκήσεις. Στην πρώτη άσκηση τους ζητήθηκε να υπολογίσουν την απόσταση του κορμού από την βάση της σκάλας ώστε να φτάσουν στην κορυφή του δέντρου, άσκηση η οποία τους έκανε να προβληματιστούν στο πως θα χαραζούν το ύψος του δέντρου που θα τους οδηγήσει στην λύση του προβλήματος. Στη δεύτερη άσκηση τους ζητήθηκε να ελέγξουν αν το ράφι είναι οριζόντιο , όπου εδώ οι μαθητές έπρεπε να κατανοήσουν ότι τους ζητούσε να δείξουν ότι οι δύο πλευρές είναι κάθετες μεταξύ τους. Στην τρίτη άσκηση τους δινόταν ένα τετράγωνο με 3 ορθογώνια τρίγωνα όπου έπρεπε να εφαρμόσουν Π.Θ. για το καθένα και στη συνέχεια να εφαρμόσουν το αντίστροφο του Θεωρήματος.

Αξιολόγηση της Γ' φάσης :

Πραγματοποιείται μετά το τέλος της εκπαιδευτικής διαδικασίας και αποσκοπεί στη διαπίστωση του βαθμού υλοποίησης των στόχων που τέθηκαν κατά τον αρχικό προγραμματισμό. Είναι βασικά ανακεφαλαιωτική αλλά και ανατροφοδοτική διαδικασία. Οι μαθητές/τριες απαντούν σε τεστ που έχει ετοιμαστεί για την αξιολόγηση της μάθησής τους πάνω στο Πυθαγόρειο Θεώρημα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τον/την εκπαιδευτικό για τη διαμορφωτική αλλά και για την αθροιστική αξιολόγησή τους. Τέλος, κρίνεται αναγκαίο να παρακινήσουμε τους μαθητές στη διατύπωση τελικών συμπερασμάτων αναφορικά με το περιεχόμενο της ενότητας ή την υιοθέτηση από μέρους τους νέων στάσεων ή συμπεριφορών, ακόμα και να τους παρωθήσουμε να αναπτύξουν συγκεκριμένες δεξιότητες. Η χρήση διδακτικών εργαλείων και εποπτικών μέσων θεωρείται σημαντική και σε αυτήν τη διδακτική φάση.

Το τελικό τεστ αξιολόγησης βρίσκεται στη διεύθυνση:

<https://forms.gle/xWst6HKZn2LDVe416>

4. Φύλλα Εργασίας

Φύλλο Εργασίας 1 για την 1η φάση (Ετερόχρονη μάθηση)

<https://drive.google.com/file/d/18sXmvG4XzJ3ThGd9VE5z4k6ftcKDyAQ/view?usp=sharing>

Φύλλο Εργασίας 2 για την 3η φάση (Ετερόχρονη μάθηση)

<https://drive.google.com/file/d/1EaaKimtVMJUUpdg6wVCOqKIXZISBYo5e/view?usp=sharing>

5. Εναλλακτικές/Παραλλαγές του σεναρίου

Με σκοπό την πρόκληση του ενδιαφέροντος των μαθητών, θα μπορούσα πριν την σύγχρονη διδασκαλία, να παρουσιάσω στους μαθητές την έννοια της πυθαγόρειας τριάδας (χωρίς να αναφερθώ στο όνομα της) , στη συνέχεια να τους αναθέσω μια ομαδική εργασία στην οποία αφού βρουν μερικές πυθαγόρειες τριάδες να κατασκευάσουν με ξύλα (σε συνεργασία ίσως με τον εκπαιδευτικό που διδάσκει το μάθημα της Τεχνολογίας), τρίγωνα που τα μήκη των πλευρών τους (σε εκατοστά) να φτιάχνουν πυθαγόρειες τριάδες. Στο τέλος, να τους ζητούσα να αναφέρουν τις παρατηρήσεις τους για το είδος των τριγώνων (ορθογώνια).

6. Αναστοχασμός

Ο ρόλος του αναστοχασμού στο σενάριο είναι να αξιοποιήσει την πληθώρα των παρατηρήσεων και των πληροφοριών κατά τη μαθησιακή διαδικασία της τάξης, στοιχεία που συνήθως δεν δίνουμε σημασία και περνούν απαρατήρητα. Αυτό που μας απασχολεί είναι να προσπαθήσουμε μέσα από αυτό να καταλάβουμε τι έγινε, πως λειτούργησαν τα πράγματα και τι καινούργιο μάθαμε από αυτό. Μετά τον διδακτικό πειραματισμό να αναπτυχθεί ο αναστοχασμός του εκπαιδευτικού και να γίνει καταγραφή δεδομένων, κυρίως στα ακόλουθα:

- Ο εκπαιδευτικός δημιούργησε συνθήκες δραστηριοποίησης των μαθητών; Ενθάρρυνε τους μαθητές να θέτουν ερωτήματα και να διατυπώνουν τα συμπεράσματά τους σε ότι αφορά τη χρήση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος
- Ποιοι παράγοντες, νομίζετε, ότι διαμόρφωσαν την επιτυχία/αποτυχία υλοποίησης του μαθήματος στην τάξη; Αν εφαρμόζατε τον σχεδιασμό στην τάξη σας τι θα αλλάζατε;

7. Βιβλιογραφικές Αναφορές

Heath, T.L. (1956). The Thirteen Books of Euclid's Elements. New York: Dover.

Maor, E. (2007). *The Pythagorean Theorem*. New Jersey: Princeton University Press.

National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn Mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Eds). Mathematics Learning Subcommittee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington DC: National Academy Press.

Τριανταφύλλου, Δ. (2008). *Μια μελέτη για τη διδασκαλία του Πυθαγορείου Θεωρήματος μέσω της θεωρίας των ενσώματων μαθηματικών (Embodied Mathematics)*. Δημοσιευμένη Διπλωματική εργασία, Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών “ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ”, Αθήνα.

Van Der Waerden, B.L. (2000). *Η Αφύπνιση της Επιστήμης*. (Γ. Χριστιανίδη, μετάφραση). Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. (Πρωτότυπη έκδοση, 1954).

Σχολικό εγχειρίδιο Β' Γυμνασίου Ελλάδας (σελ. 129)